

Prova scritta di Matematica Generale CLEC del 04/09/2013

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate

Chi deve fare l'esame per meno di 9 CFU chiedi al docente prima di iniziare il compito

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-4}{5x} \geq 0 \right\} ; \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} / e^{\frac{1}{x-4}} \in \mathbb{R} \right\} ; \quad C = (2,3)$$

- Dire, motivando le risposte, se $A \subseteq B$ e $C \subseteq B$.
- Determinare $A \cup B$ e $B \cup C$.
- Determinare $A \cap B$ e $A \cap C$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{1-x}{x^2+x-12} < 0 .$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \ln(x) - \ln(x-2)$$

determinarne:

- il dominio;
- il segno;
- gli eventuali asintoti;
- gli intervalli di crescita e decrescenza;
- eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x) = (3-x)(x-2)$ e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(2,4)$.

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_2^3 \frac{3x^2-4}{\sqrt{x^3-4x}} dx$.

Esercizio 6: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3+n}{1+3n} \quad \text{e} \quad \sum_{n=2}^{+\infty} 4^{n+1} 3^{-2n}$$

convergono. Nel caso, calcolarne la somma.

Esercizio 7: Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- calcolare il determinante $\det(A)$;
- risolvere, se possibile, il sistema lineare $AX=B$;
- calcolare il rango $\text{rk}A$ ed il rango $\text{rk}B$.