

**Prova scritta di Matematica Generale CLEC
del 06/07/2012**

*Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti perfettamente prima di passare agli altri.
In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2, il compito verrà considerato insufficiente.*

Esercizio 1: Dati gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / (x+5)(x-3) < 0\} \quad ; \quad B = [-4,0] \quad ; \quad C = I(-\pi,1)$$

- a) Dire, motivando le risposte, se $B \subseteq A$ e $C \subseteq B$.
- b) Determinare $A \cup B$ e $B \cup C$.
- c) Determinare $A \cap B$ e $B \cap C$.

Esercizio 2: Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x^2 + 2x - 15}{x + 3} \leq 0.$$

Esercizio 3: Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x+1} - 1 & x \leq 1 \\ \frac{3-3x}{2x} & x > 1 \end{cases}$$

determinarne:

- 1) il dominio;
- 2) il segno;
- 3) gli eventuali asintoti;
- 4) gli intervalli di crescita e decrescenza;
- 5) eventuali punti di massimo e minimo locali e globali;
- 6) gli intervalli di convessità e concavità e gli eventuali flessi;
- 7) il grafico.

Esercizio 4: Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(0, e)$.

Esercizio 5: Calcolare l'integrale $\int_{-\infty}^0 -xe^{-x^2} dx$.

Esercizio 6: Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n - 2^n}{2^{2n}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(n+2)}{\ln(5+2n)}$$

convergono. In caso positivo, calcolarne il valore.

Esercizio 7 (solo per studenti con 8/9 CFU): Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- 1) calcolare il determinante $\det(B-A)$;
- 2) calcolare la traccia $\text{tr}(2A)$;
- 3) calcolare $(-A)^2$.