

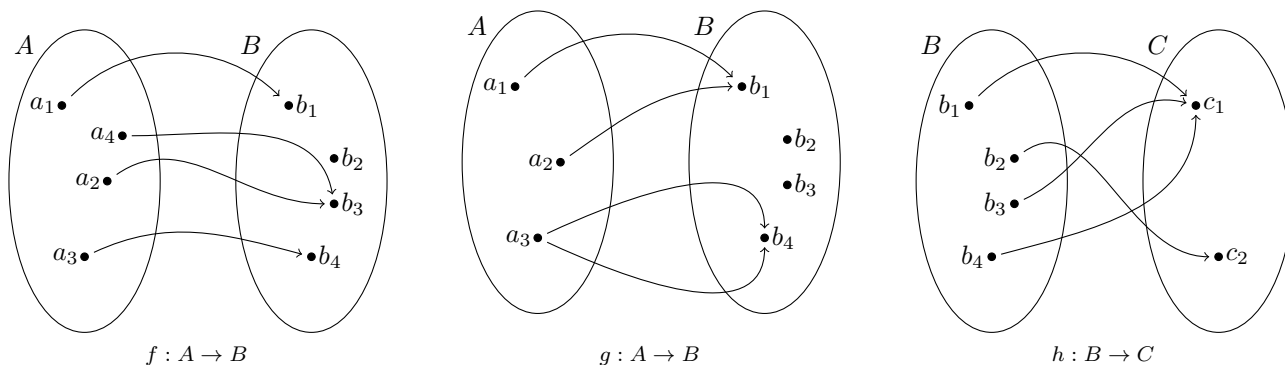
Matematica generale: compito del 12 gennaio 2012

Gli esercizi siglati con **solo 9 CFU** non devono essere svolti da chi deve fare l'esame per 5 CFU.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato *insufficiente*.

1. Siano f , g e h come nella figura che segue:



- Dire quali tra f , g e h non sono funzioni, e perché.
- Per ciascuna funzione, dire quali sono il dominio e l'immagine.
- Per ciascuna funzione, dire se è iniettiva. Giustificare la risposta.
- Si può fare la composizione $h \circ f$ tra f ed h ? Se sì, descriverla con un disegno come in figura.

2. Risolvere la disequazione

$$\frac{1 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 4} \leq 0.$$

3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 3} + 5 & \text{se } x \leq 3, \\ x^3 - 5 & \text{se } x > 3, \end{cases}$$

determinarne

- il dominio;
 - il segno;
 - gli eventuali asintoti;
 - gli intervalli di crescita e decrescenza;
 - eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
 - gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
 - il grafico.
4. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(-7, 2)$.
5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{\sqrt{2 - e^x}} dx.$$

6. Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{3n} + 1}{7^n} \quad \text{e} \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{3n^2 + 1}{n^4 + n + 1}$$

convergono.

7. (**solo 9 CFU**) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

calcolare

- $\det A$;
- A^{-1} ;
- trasposta di $2A$.