

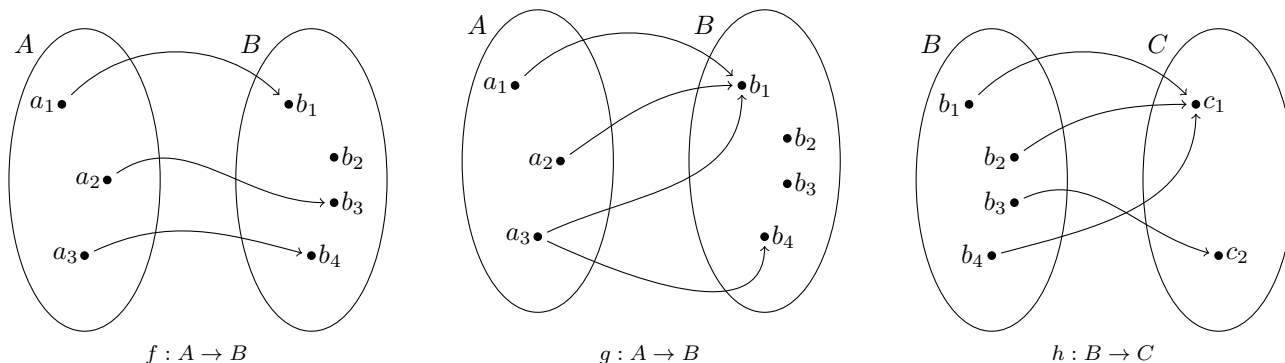
Matematica generale: compito del 21 dicembre 2011

Gli esercizi siglati con **solo 9 CFU** non devono essere svolti da chi deve fare l'esame per 5 CFU.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato *insufficiente*.

1. Siano f , g e h come nella figura che segue:



- Dire quali tra f , g e h non sono funzioni, e perché.
- Per ciascuna funzione, dire quali sono il dominio e l'immagine.
- Per ciascuna funzione, dire se è iniettiva. Giustificare la risposta.
- Si può fare la composizione $h \circ f$ tra f ed h ? Se sì, descriverla con un disegno come in figura.

2. Risolvere la disequazione $\ln(4x + 5) - \ln(3 - x) \leq 0$.

3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (2x^2 - x + 1)e^x & \text{se } x \leq 0, \\ -\frac{1}{x} & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

determinarne

- il dominio;
 - il segno;
 - gli eventuali asintoti;
 - gli intervalli di crescita e decrescenza;
 - eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
 - gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
 - il grafico.
4. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(-\infty, -1)$.
5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x\sqrt{1-\ln x}} dx.$$

6. Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4^n}{3^{2n}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{3 - 2n^2}$$

convergono. Se sì, calcolarne la somma.

7. (**solo 9 CFU**) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

calcolare

- $\det A$;
- A^{-1} ;
- traccia di A .

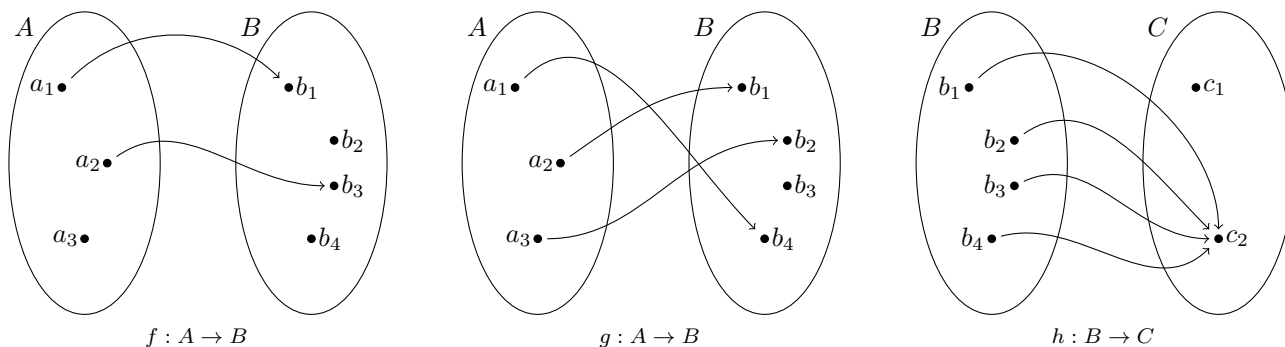
Matematica generale: compito del 21 dicembre 2011

Gli esercizi siglati con **solo 9 CFU** non devono essere svolti da chi deve fare l'esame per 5 CFU.

Gli esercizi 1 e 2 vanno svolti *perfettamente* prima di passare agli altri.

In presenza di errori negli esercizi 1 e/o 2 il compito verrà considerato insufficiente.

1. Siano f , g e h come nella figura che segue:



- (a) Dire quali tra f , g e h non sono funzioni, e perché.
- (b) Per ciascuna funzione, dire quali sono il dominio e l'immagine.
- (c) Per ciascuna funzione, dire se è iniettiva. Giustificare la risposta.
- (d) Si può fare la composizione $h \circ g$ tra g ed h ? Se sì, descriverla con un disegno come in figura.

2. Risolvere la disequazione $\ln(2x - 5) - \ln(6 - x) \geq 0$.

3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x < 0, \\ (x - 2x^2 - 1)e^{-x} & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

determinarne

- (a) il dominio;
 - (b) il segno;
 - (c) gli eventuali asintoti;
 - (d) gli intervalli di crescita e decrescenza;
 - (e) eventuali punti di massimo e minimo, sia locali che globali;
 - (f) gli intervalli di convessità e concavità, e gli eventuali flessi;
 - (g) il grafico.
4. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione $f(x)$ dell'esercizio 3 e dall'asse delle x , in corrispondenza dell'intervallo $(1, +\infty)$.
5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{2x + 5}{x^2 + 5x + 4} dx.$$

6. Dire, giustificando la risposta, se le serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{n-2}}{2^{3n}} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^3 + 2n^2 - 3}{6 + n}$$

convergono. Se sì, calcolarne la somma.

7. (**solo 9 CFU**) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

calcolare

- (a) $\det(2A)$;
- (b) A^2 .

Infine dire, giustificando la risposta, se A è simmetrica.