

Matematica finanziaria: prova di esame del 18 luglio 2011

1. Si prendono in prestito 30 000 euro. Si restituiscono tramite un piano di ammortamento americano, appoggiandosi a un fondo che rende il 3% mensile. Scrivere la quota versata nel fondo al secondo mese e la quota pagata come interesse al terzo mese, tenendo presente che la rateizzazione è mensile posticipata, la durata del prestito è 5 mesi, e il tasso di remunerazione del prestito è il 2% mensile.
2. Calcolare il montante che si ottiene dopo 2 anni investendo 1 000 euro a un tasso nominale annuo del 6% pagabile tre volte a semestre. Assumere un reinvestimento delle cedole in regime di interesse semplice al tasso mensile dell'1%.
3. Usare il criterio del TIR per dire quale tra le seguenti operazioni finanziarie è più conveniente.
 - (a) $\{(-250, \text{oggi}), (50, \text{tra 1 anno}), (400, \text{tra 3 anni})\}$.
 - (b) $\{(-400, \text{oggi}), (650, \text{tra 2 anni})\}$.
4. Si consideri un finanziamento di 3 000 euro da restituire con 3 rate mensili posticipate da 1 050 euro ciascuna, spese accessorie incluse. Calcolare il TAEG del finanziamento.
5. Si consideri un regime finanziario $r(t)$ in una variabile, con forza d'interesse $\delta(t) = 2t$, con t che misura gli anni. Si dica se $r(t)$ è scindibile, e si calcoli il montante tra 2 anni di 100 euro investiti oggi, quando $t = 0$.
6. Calcolare il valore attuale di una rendita perpetua costante posticipata, di rata 70, periodica, di periodo 2 mesi, al tasso di valutazione del 4% mensile.
7. **Solo corso da 4 crediti** Si consideri un'operazione finanziaria aleatoria così composta: al tempo 1 si guadagna 100 con probabilità $1/3$ e 50 con probabilità $2/3$, al tempo 2 si guadagna 100 con probabilità $2/3$ e 70 con probabilità $1/3$, al tempo 3 si guadagna 40 con probabilità $1/6$, 50 con probabilità $1/3$ e 70 con probabilità $1/2$. Utilizzando il criterio del valor medio, calcolare il valore attuale al tasso di valutazione del 3% periodale.
8. **Solo corso da 5 o 7 crediti e quadriennale** Si consideri un'operazione finanziaria aleatoria così composta: al tempo 1 si guadagna 10 con probabilità $1/3$ e 5 con probabilità $2/3$, al tempo 2 si guadagna 10 con probabilità $2/3$ e 7 con probabilità $1/3$, al tempo 3 si guadagna 4 con probabilità $1/6$, 5 con probabilità $1/3$ e 7 con probabilità $1/2$. Utilizzando il criterio dell'utilità attesa, una funzione di utilità $u(x) = -e^{-x}$ e un tasso di valutazione del 3% periodale, calcolare l'equivalente certo al tempo 0.
9. **Solo corso da 7 crediti e quadriennale** Si consideri una call europea con prezzo d'esercizio 50 e scadenza al periodo 1. Si assuma che ad ogni periodo il prezzo dell'azione sottostante possa solo salire del 10% o scendere del 15%, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale. Si assuma che al periodo 0 il valore del sottostante sia 55.
 - (a) Calcolare il valore della call al periodo 0.
 - (b) Descrivere un portafoglio replicante al periodo 0.
 - (c) Calcolare il valore al periodo 0 di una put europea con stesso sottostante, stesso prezzo d'esercizio e stessa scadenza della call studiata nei punti precedenti.