

# Elaborazione statistica dei risultati della prova di esonero di Matematica Finanziaria del 5 aprile 2005 per CLEA, CLEAI, CLEP

27 aprile 2005

## Indice

<b>1 Testi degli esercizi</b>	<b>1</b>
<b>2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione</b>	<b>2</b>
<b>3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino</b>	<b>5</b>

## 1 Testi degli esercizi

1. Bobo si innamora follemente di Bubi e decide di regalarle una scatola di cioccolatini al latte alla fine di ciascun mese, per un anno. Una scatola di cioccolatini al latte costa 5€.

Bobo, trovandosi in ristrettezze economiche, pensa che potrebbe risparmiare comprandole tutte insieme all'inizio dell'anno in contanti, e contrattando con il rivenditore di cioccolatini ottiene uno sconto del 10% sul prezzo totale.

Bobo pensa però che potrebbe cercare di investire i suoi soldi, e con il montante dell'investimento comprare i cioccolatini ogni mese, magari anche guadagnandoci un pochino! Si informa su varie tipologie d'investimento, e decide di investire i soldi che avrebbe speso ora per i cioccolatini in un fondo che gli garantisce un tasso dell'1.6% mensile.

“In fondo” -pensa Bobo- “1.6% mensile, ovvero 19.2% annuale, è meglio di un misero 10%, e per di più me li danno mensilmente, così posso usarli subito per comprare i cioccolatini!”

Discutere la scelta di Bobo.

2. Un anno è passato. Memore della scelta fatta l'anno precedente, Bobo decide per quest'anno di comprare in anticipo i cioccolatini, usufruendo dello sconto.

Alla fine dell'anno Bobo riceve da Bubi una richiesta di rimborso spese ospedaliere di 3000€, in quanto l'ultima scatola di cioccolatini era

scaduta da 6 mesi e aveva causato a Bubi un'intossicazione alimentare!

Bobo non ha tutti questi soldi, e decide di procurarseli con un finanziamento della durata di 5 anni, rimborsabile con annualità costanti e remunerato con rate annue posticipate al tasso del 10%.

Scrivere il piano di ammortamento del prestito.

3. Uscita dall'ospedale, Bubi decide di sposarsi con un infermiere. Bobo viene invitato al matrimonio, e decide di comprarle un televisore come regalo di nozze. Trova un bellissimo televisore che costa 1000€, ma Bobo è oramai diventato molto povero e deve cercare un finanziamento per procurarsi questa cifra.

Bobo trova due offerte praticamente equivalenti. La prima offerta prevede di ripagare i 1000€ tramite 12 rate mensili posticipate da 100€. La seconda offerta prevede di ripagare i 1000€ tramite 6 rate mensili posticipate da 190€.

Bobo sceglie ovviamente la seconda offerta, perchè così spende di meno!

Discutere la scelta di Bobo *valutando i tassi interni* delle due differenti proposte di finanziamento.

4. Quanto dobbiamo investire oggi per essere sicuri di avere 500€ tra un anno, in regime esponenziale con tasso mensile del 3%?
5. Calcolare (al meglio di due cifre decimali) il TAN e il TAEG di un finanziamento di 1000€ in 5 rate annuali da 200€, supponendo le spese accessorie pari a 30€ per l'apertura del finanziamento e il 10% di diritti di riscossione su ogni rata.
6. Calcolare il montante tra 6 mesi di 100€, sapendo che il tasso istantaneo di interesse  $\delta(t)$  è dato da

$$\delta = \begin{cases} 0.10 & \text{il primo mese} \\ 0.20 & \text{il restante periodo} \end{cases}$$

7. Calcolare la forza di interesse della legge finanziaria  $r(x, y) = e^{y^2 - xy}$ , e dire se  $r(x, y)$  è scindibile.

## 2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione

Ciascun candidato ha avuto da svolgere gli esercizi 1, 2, 3 insieme ad altri tre scelti casualmente tra 4, 5, 6, 7. I compiti consegnati sono stati 111. Per ciascun candidato ho annotato l'esercizio mancante e ho valutato con un numero

$$v(i, j) \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$$

lo svolgimento relativo al candidato  $i$  dell'esercizio  $j$  ( $0 =$  non svolto,  $1 =$  svolto al meglio).

Questo ha portato agli istogrammi di frequenze relative allo svolgimento di ciascun esercizio (vedi pagina 3 e seguenti), dai quali si evince che l'esercizio più difficile è risultato il primo, mentre il piano d'ammortamento è risultato il più facile.

A ciascun esercizio risulta dunque assegnato un peso, pari all'inverso del suo valor medio:

$$\text{peso esercizio}(j) = 1/\text{valor medio}(j)$$

Utilizzando questi pesi, si ottiene per il candidato  $i$ -esimo un voto non normalizzato:

$$\text{voto grezzo}(i) = \sum_{j=1, \dots, 7} v(i, j) \text{peso esercizio}(j)$$

Il valor medio di questi voti è per costruzione 6, e i candidati che ottengono un voto grezzo in  $[6 - 0.6, 6 + 0.6]$  sono 17. Un'analisi di questi 17 svolgimenti permette di assegnare al voto grezzo 6 il valore normalizzato 22 (pensato in trentesimi):

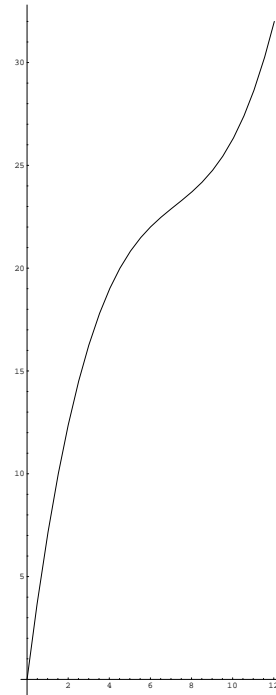
$$\text{voto grezzo}(i) = 6 \iff \text{voto normalizzato}(i) = 22.$$

Il voto normalizzato viene dunque ad essere una funzione  $\eta$  del voto grezzo che deve soddisfare i seguenti vincoli:

1. un compito non svolto deve essere valutato 0 sia prima che dopo la normalizzazione, dunque  $\eta(0) = 0$ ;
2. uno svolgimento medio (cioè voto grezzo=6) deve corrispondere a 22 (analisi dei 17 compiti): dunque  $\eta(6) = 22$ ;

Queste condizioni non determinano univocamente una funzione  $\eta$ , pertanto decidiamo di porre i seguenti altri vincoli considerati plausibili:

Figura 1: Grafico della funzione  $\eta$ , che trasforma voti grezzi in voti normalizzati.



1. in considerazione del fatto che ci sono alcuni svolgimenti completi veramente soddisfacenti, poniamo  $\eta(\text{voto grezzo max}) = 32$ ;
2. un andamento cubico con tangente unitaria in  $(6, \eta(6))$  ben descrive la relazione voti grezzi  $\leftrightarrow$  voti normalizzati (lineare intorno a  $(6, \eta(6))$ );

La condizione 2 ci permette di scrivere

$$\eta(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

e le condizioni

$$\begin{aligned} \eta(0) &= 0 & \eta(6) &= 22 \\ \eta(\text{voto grezzo max}) &= 32 & \eta'(6) &= 1 \end{aligned}$$

determinano

$$\eta(x) = 0.0460502x^3 - 0.997046x^2 + 7.99114x,$$

il cui grafico è dato in figura 1 (incidentalmente, dal grafico vediamo che la soglia di voto grezzo richiesta per passare l'esonero è circa 3).

L'istogramma finale dei voti normalizzati è dato in figura 2, mentre il dettaglio dei voti normalizzati comincia a pagina 5 (in rosso le insufficienze).

Figura 2: Istogramma dei voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino. Le altezze sono  $\{3, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 3, 0, 2, 0, 0, 4, 5, 4, 1, 9, 2, 2, 7, 7, 13, 13, 9, 6, 1, 2, 3, 7, 3, 1, 2\}$ .

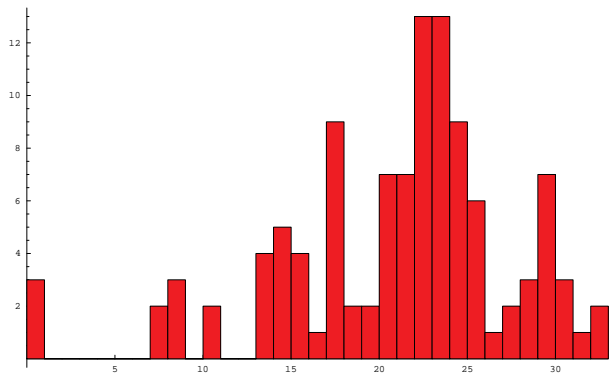


Figura 4: esercizio 2, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{7, 0, 1, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 0, 96\}$ . Valor medio= $0.905405$ .

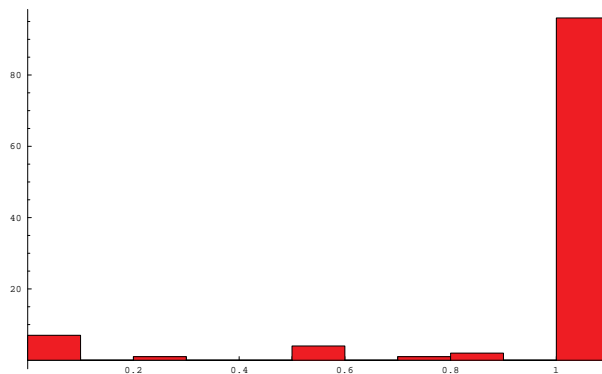


Figura 3: esercizio 1, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{73, 0, 3, 5, 0, 4, 1, 3, 3, 0, 19\}$ . Valor medio= $0.254054$ .

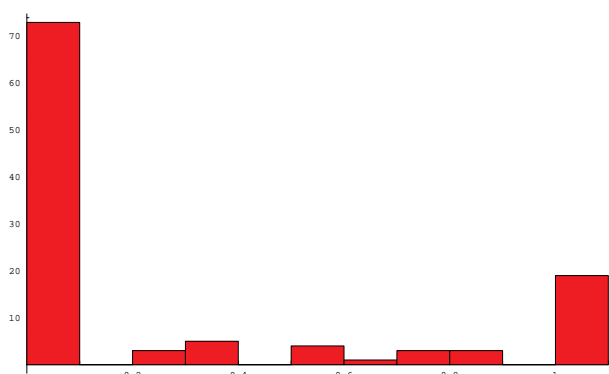


Figura 5: esercizio 3, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{34, 3, 1, 6, 1, 8, 1, 12, 5, 0, 40\}$ . Valor medio= $0.537838$ .

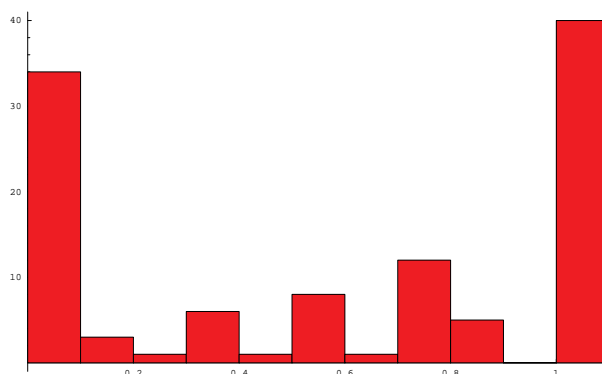


Figura 6: esercizio 4, assegnato a 88 candidati. Altezza istogramma= $\{11, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 75\}$ . Valor medio=0.857955.

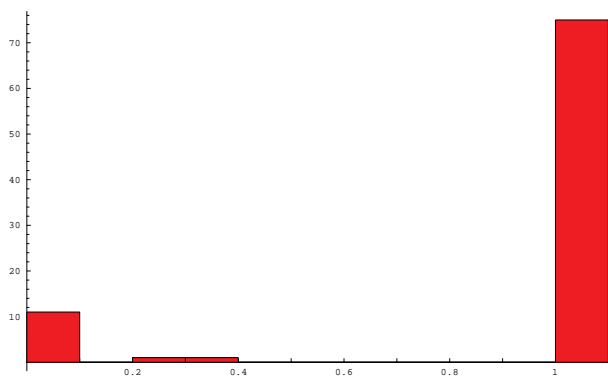


Figura 8: esercizio 6, assegnato a 85 candidati. Altezza istogramma= $\{19, 0, 0, 4, 0, 2, 0, 14, 0, 0, 46\}$ . Valor medio=0.682353.

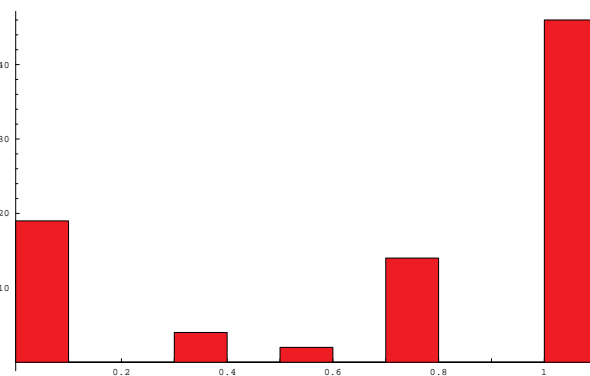


Figura 7: esercizio 5, assegnato a 79 candidati. Altezza istogramma= $\{21, 1, 0, 3, 0, 12, 0, 6, 1, 4, 31\}$ . Valor medio=0.589873.

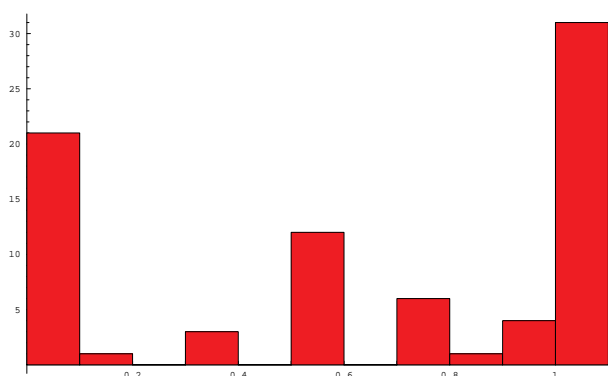
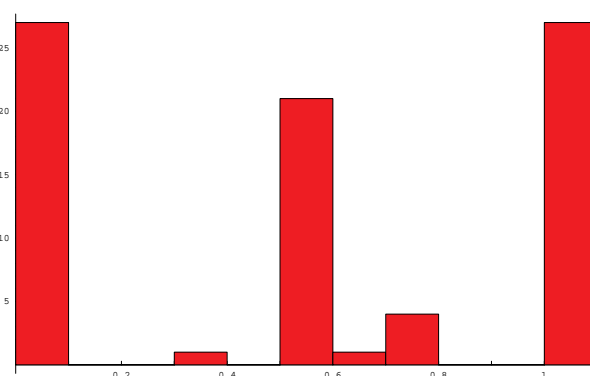


Figura 9: esercizio 7, assegnato a 81 candidati. Altezza istogramma= $\{27, 0, 0, 1, 0, 21, 1, 4, 0, 0, 27\}$ . Valor medio=0.508642.



### 3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino

Candidato	Voto in trentesimi	Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi					
Lucia Antonucci	15	0	1.10448	0	1.16556	0.508584	0
Maria Grazia Bernardini	22	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	0
Pierluigi Borgogna	30	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Graziana Brescia	20	0	1.10448	0.557789	1.16556	0.847639	0.98301
Filippo Cafaro	24	1.18085	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Patrizia Cardinale	20	0	1.10448	0	1.16556	1.02586	0.98301
Federica Ciabarra	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.52575	1.46552
Piera Ciavolini	17	0	1.10448	0	1.16556	0.847639	0
Paola Ciuffini	8	0	1.10448	0	0	0	0
Annarita Colasante	29	3.14894	1.10448	1.8593	1.52575	1.46552	1.96602
Roberto Corliano'	21	0	1.10448	0	1.16556	0.847639	1.96602
Antonio Corrado	22	0	1.10448	0.557789	1.16556	1.69528	1.46552
Carmen Cristiano	21	1.18085	1.10448	0	1.16556	0	1.46552
Antonio D'Acunti	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.69528	1.46552	1.96602
Barbara D'Agostino	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	0.98301
Alessio D'Aloisio	17	0	1.10448	1.11558	1.16556	0	0
Sabrina D'Andrea	24	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.96602
Marco D'Andreamatteo	14	0	0.552239	0.557789	0.847639	0.439655	0
Giuseppe D'Aquino	13	0	1.10448	0.18593	0.847639	0	0
Chiara D'Aviero	0	0	0	0	0	0	0
Ada D'Eramo	22	0	1.10448	1.48744	1.16556	0.847639	1.02586
Alessandra D'Errico	20	0	1.10448	0	1.16556	1.1867	0.98301
Daniela De Angelis	14	0	1.10448	0	1.16556	0	0
Francesco De Giorgis	31	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.96602
Annalisa De Nittis	21	0	1.10448	0.557789	1.16556	1.46552	1.17961
Valentina De Ortensis	0	0	0	0	0	0	0
Marta De Sanctis	24	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.96602
Paolo Del Sordo	23	1.18085	1.10448	1.8593	0	1.46552	1.96602
Andrea Di Benedetto	20	0	1.10448	0.929648	1.16556	1.46552	0
Daniele Di Benigno	14	0	1.10448	0	0.233113	1.02586	0
Alessandro Di Biase	24	0	1.10448	1.8593	1.69528	1.46552	1.96602
Daniela Di Camillo	27	3.93617	1.10448	1.30151	1.16556	1.35622	1.46552
Leonardo Davide Di Carlo	25	2.75532	1.10448	1.8593	1.16556	1.02586	0.98301
Lucia Di Carlo	25	3.14894	1.10448	1.30151	1.16556	1.69528	1.02586
Nicola Di Censo	17	0	1.10448	0	1.16556	0	0.98301
Davide Di Fulvio	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.1867	1.02586	1.96602
Luigi Di Marco	23	1.18085	1.10448	1.30151	1.16556	1.46552	0.98301
Gianpietro Di Marino	19	0	1.10448	0	0	1.46552	1.37621
Jessica Di Martino	23	0	1.10448	1.48744	1.69528	1.46552	0.98301
Alfredo Di Marzio	24	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	0	0
Manuela Di Paolo	10	0	0	0.557789	0	0	0.98301
Patrizia Di Risio	28	3.93617	1.10448	1.30151	1.16556	1.46552	1.96602
Giuliano Di Rosario	22	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	0
Federica Di Vincenzo	0	0	0	0	0	0	0
Emiliano Diodati	25	2.3617	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.37621
Emiljana Estrefi	21	0	1.10448	1.48744	1.16556	1.69528	0
Daniele Fabiano	10	0	0	0	1.16556	0	0.439655
Daniele Febbo	30	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Rafael Fidanza	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Alessandra Finocchio	28	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	0.98301
Mirco Foglietta	22	0	1.10448	0.18593	1.16556	1.69528	1.96602
Rosa Forli	7	0	0.552239	0.371859	0	0	0
Elisabetta Maria Franchino	17	0	1.10448	0	1.16556	0	1.02586
Maruska Gentile	22	0	1.10448	1.8593	1.16556	0.847639	0.98301
Nicoletta Giancristofaro	18	0	1.10448	0	1.16556	0.169528	0.98301

Candidato	Voto in trentesimi	Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi					
Manuela Gurini	25	2.75532	1.10448	1.8593	1.16556	1.1867	1.46552
Giancarlo Iodisco	23	0	1.10448	0.929648	1.16556	1.46552	1.96602
Francesco La Rovere	22	0	1.10448	0.929648	1.16556	1.69528	1.02586
Rossella Lauriola	13	0	0.220896	0	0	0	1.96602
Fausto Lizzi	26	2.75532	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	0.98301
Giuseppe Lopomo	24	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.96602
Alessio Mammarella	16	0	1.10448	0	1.16556	0.732759	0
Andrea Mancino	28	3.93617	1.10448	0.929648	1.16556	1.69528	1.96602
Luca Manes	17	0	1.10448	0	1.16556	0	0.98301
Italia Manfredi	13	0	0.883582	0	1.16556	0	0
Sara Mangifesta	22	0	1.10448	0.929648	1.16556	1.52575	1.02586
Antonella Mansueto	14	0	1.10448	0	1.16556	0	0
Alessandra Manzitti	24	3.93617	0.883582	0.743719	1.16556	0.508584	1.46552
Massimo Marcolongo	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Simona Marfisi	13	0	1.10448	0	0	0	1.02586
Pasquale Masciotra	15	0	1.10448	0	0	0	1.46552
Valentino Massaro	20	0	1.10448	1.30151	1.16556	1.1867	0
Roberto Morelli	24	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.96602
Francesca Mundo	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	0.98301
Bruno Olivieri	17	0	1.10448	0	1.16556	0	0.98301
Antonella Ottaviano	22	0	1.10448	1.30151	1.16556	0.732759	1.96602
Giampiero Pagliarone	15	0.787234	0	0.557789	1.16556	0	0
Giuseppe Palazzese	30	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Sara Palmitesta	20	0	1.10448	0	0.847639	1.46552	0.98301
Pietroenrico Pannunzi	25	1.96809	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Maria Patuto	14	0	1.10448	0	1.16556	0	0
Antonio Pellegrino	18	0	1.10448	1.30151	0	1.02586	0
Simona Pellettieri	27	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	0.847639	1.46552
Maria Pennella	22	1.96809	1.10448	0.929648	0.508584	1.02586	0.98301
Giuseppe Pepe	21	0	1.10448	1.30151	1.16556	0	1.46552
Danilo Perrucci	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.37621
Giulia Polci	25	1.96809	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Italo Presenza	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.69528	1.46552	1.96602
Giovanni Prezioso	19	0	1.10448	0	1.52575	1.46552	0
Gabriella Rapino	20	0	1.10448	1.8593	1.16556	0.439655	0
Annalisa Renegaldo	15	0	1.10448	0.18593	0	1.46552	0
Fabio Renzetti	21	1.18085	0.773134	1.30151	1.69528	0	0
Antonella Ricchiuti	8	0	1.10448	0	0	0	0
Danielle Robustella	21	0	1.10448	0	0.847639	1.46552	1.96602
Cinzia Romano	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Francesco Romondia	17	0	1.10448	1.30151	0.847639	0	0
Maddalena Salcuni	7	0	0	0	0.349669	0	0.589806
Antonella Lavinia Salvi	23	0	1.10448	1.30151	1.69528	1.46552	1.96602
Giuseppe Sammarco	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Antonio Sangiuliano	23	3.93617	1.10448	0	0	1.69528	1.02586
Luciano Savini	29	3.14894	1.10448	1.8593	1.69528	1.46552	1.96602
Roberto Sergiolare	22	0.787234	1.10448	0.929648	0.847639	1.46552	1.37621
Giovanni Schiavone	17	0	1.10448	0.929648	0	1.1867	0
Mirko Tano	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.69528	1.46552
Roberto Terrenzio	24	1.96809	1.10448	1.48744	1.16556	1.1867	1.46552
Silvia Terribile	23	0	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	1.96602
Arturiano Toscano	8	0	1.10448	0	0	0	0
? Trullo	22	0	0.552239	1.48744	1.16556	1.69528	1.02586
Floriana Urbano	17	0	0.552239	0	1.16556	0.439655	0.98301
Diego Valentinetti	22	0	1.10448	1.30151	1.16556	1.69528	0.98301
Tania Zincani	23	0.787234	1.10448	1.8593	1.16556	1.46552	0.98301