

Precorso CLEF-CLEI, 16-24 settembre 2003, 20 ore

Elenco degli argomenti trattati:

Aritmetica

Numeri naturali $\mathbb{N}$ e interi $\mathbb{Z}$. Numeri primi: definizione e teorema fondamentale dell'aritmetica. Massimo comun divisore e minimo comune multiplo. Divisione con resto, nozione di congruenza ($a \equiv b \pmod{n}$ se a e b hanno lo stesso resto nella divisione per n). Dimostrazione per assurdo: infinità dei numeri primi. Numeri razionali $\mathbb{Q}$ e reali $\mathbb{R}$. Dimostrazione per assurdo: irrazionalità di $\sqrt{2}$. Potenze e radici: definizione di potenza a esponente naturale, intero, razionale e reale. Logaritmi. Rappresentazione in base 2.

Calcolo letterale

Monomi. Radicali: proprietà elementari e distinzione tra radicali aritmetici e algebrici. Polinomi. Prodotti notevoli: quadrato di polinomi, somma per differenza, potenza del binomio (con il triangolo di Tartaglia). Polinomi in una incognita a coefficienti interi $\mathbb{Z}[x]$: divisione con resto, teorema del resto, teorema di Ruffini sulle radici razionali di un polinomio. Numeri algebrici $\mathbb{A}$. Massimo comun divisore e minimo comune multiplo in $\mathbb{Z}[x]$. Equazioni polinomiali: primo grado, secondo grado, binomie e trinomie. Irriducibilità del polinomio ciclotomico di grado pari. Equazioni non polinomiali: fratte, esponenziali, logaritmiche, irrazionali e con valore assoluto. Sistemi: metodo di sostituzione.

Teoria degli insiemi

Operazioni $\cup$, $\cap$, $-$, $\times$ (unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano). Funzioni su insiemi, dominio, codominio e immagine. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzione identità e funzione inversa. Grafico di una funzione. Funzione composta.

Funzioni

Grafico di funzioni reali di variabile reale ($f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subset \mathbb{R}$) come sottoinsieme di $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Interpretazione di iniettività, suriettività e biunivocità per funzioni reali di variabile reale tramite il loro grafico. Grafico di rette e parabole, e loro utilizzo per la soluzione di disequazioni. Differenza tra “risolvere una disequazione” e “studiare il segno di una funzione”. Differenza tra dominio e campo di esistenza (CE) per funzioni reali di variabile reale. Funzioni elementari: esponenziale ($\exp_a$) e logaritmo ($\log_a$) in base $a \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, funzioni circolari. Disequazioni e studio del segno: primo grado, secondo grado, fratte, esponenziali, logaritmiche, irrazionali e con valore assoluto.

Geometria analitica

Distanza tra due punti. Punto medio. Rette e coniche: equazioni (in forma implicita e esplicita), grafici. Grafici delle funzioni elementari: discussione grafica di equazioni trascendenti.