

Precorso CLEF-CLEI, esercizi di preparazione al test finale

ARITMETICA

1. Scomporre in fattori primi 2500 e 5600.
2. Calcolare il massimo comun divisore (MCD) e il minimo comune multiplo (mcm) tra $2^2 \cdot 5^4$ e $2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$.
3. Calcolare il massimo comun divisore (MCD) tra 10008 e 10005 SENZA scomporre in fattori primi.
4. Eseguire la divisione con resto di 24 per 5, ed esprimere con un'uguaglianza il significato di tale operazione.
5. A cosa è congruo 24 modulo 5?
6. Esprimere come potenza a esponente in $\mathbb{Q}$ il numero $\sqrt[7]{7^3}$.
7. Scrivere $2^3 + 2^2 + 2$ come numero binario (in base 2).

CALCOLO LETTERALE

8. Calcolare $(\sqrt{2a} + 5\sqrt{a})^2$.
9. L'identità $(\sqrt{2a} + 5\sqrt{a})^2 = (27 + 10\sqrt{2})a$ è vera per qualunque $a \in \mathbb{R}$?
10. Sviluppare $(x - 2y)^4$ con Tartaglia.
11. Siano $p(x) = 2x^5 - x^3 + 7x + 1$, $q(x) = x - 3$. Dire se $q(x)|p(x)$ (il simbolo $|$ si legge "divide").
12. Con riferimento all'esercizio precedente, determinare il resto di $p(x)$ nella divisione per $q(x)$ SENZA eseguire la divisione.
13. Con riferimento agli esercizi precedenti, eseguire la divisione con resto di $p(x)$ per $q(x)$ (usare Ruffini o divisione con resto, a piacere).
14. Risolvere $4x - 3 = 1$.
15. Risolvere $3x^2 - 2x + 1 = 0$.
16. Risolvere $(x^3 - 1)(x + 4) = 0$.
17. Risolvere $x^4 + 4x^3 - x - 4 = 0$.
18. Scrivere un'equazione di grado 4 le cui soluzioni siano esattamente $x_1 = 1$, $x_2 = -4$.
19. Risolvere $\frac{x^2 - x}{x + 1} + 1 = \frac{2}{x + 1}$.

20. Risolvere $e^{x^3-1} - 1 = 0$.

21. Risolvere $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = x$.

22. Risolvere $|x - 2| + |x + 1| = 4$.

23. Risolvere

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

TEORIA DEGLI INSIEMI E FUNZIONI

24. Siano $A = (-1, 1]$, $B = [0, 3)$, $C = \{1/2, 4\}$. Calcolare $(A \cap B) \cup C$ e $(A \cap C) \cup B$.

25. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x^2$. Dire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca.

26. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 2]$, $f(x) = 2 - x^2$. Dire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca.

27. Sia $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow (-\infty, 2]$, $f(x) = 2 - x^2$. Dire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca. Calcolare l'inversa f^{-1} .

28. Studiare il segno di $e^{x^{1234}-75634}(x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x)$.

GEOMETRIA ANALITICA

29. Rappresentare $P = (0, 1)$ e $Q = (3, 5)$ sul piano cartesiano e calcolare la distanza PQ .

30. Calcolare il punto medio tra i punti P e Q dell'esercizio precedente.

31. Disegnare qualitativamente il grafico di $y = -2x + 3$.

32. Disegnare qualitativamente il grafico di $y = x^2 + 2x + 1$.

33. Disegnare il grafico della funzione data implicitamente dall'equazione $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$.

34. Discutere graficamente l'equazione $e^x + x - 4 = 0$

35. Dimostrare che $\log_3 11$ non è razionale (dimostrare per assurdo utilizzando la parte dell'unicità nel teorema fondamentale dell'aritmetica).