

PROGRAMMA DI RICERCA - MODELLO A
Anno 2005 - prot. 2005015133

PARTE I

1.1 Programma di Ricerca afferente a

Area Scientifico Disciplinare 01: Scienze matematiche e informatiche 100%

1.2 Titolo del Programma di Ricerca

Testo italiano

Metriche Riemanniane e Varietà Differenziabili

Testo inglese

Riemannian Metrics and Differentiable Manifolds

1.3 Abstract del Programma di Ricerca

Testo italiano

Questo progetto di ricerca è volto sia allo studio di svariate strutture speciali su varietà sia allo studio della geometria Riemanniana che emerge in modo naturale da equazioni di fisica matematica. Si propone di mettere in relazione tali campi di ricerca con la geometria Riemanniana delle sottovarietà, le varietà di contatto e le strutture CR in dimensione dispari. Saranno evidenziati gli aspetti formativi del programma.

Testo inglese

This research project is aimed at the study of various special structures on smooth manifolds and Riemannian geometry arising naturally from equations of mathematical physics. It will combine these fields with the Riemannian geometry of submanifolds, and contact and CR structures on odd-dimensional manifolds. The project will emphasize training aspects of the programme.

1.4 Durata del Programma di Ricerca

24 Mesi

1.5 Settori scientifico-disciplinari interessati dal Programma di Ricerca

MAT/03 - Geometria

MAT/07 - Fisica matematica

1.6 Parole chiave

Testo italiano

GEOMETRIA QUATERNION-KAEHLER ; OLONOMIA ECCEZIONALE ; SOTTOVARIETÀ MINIMALI ; STRUTTURE DI CONTATTO ; METRICHE DI EINSTEIN ; TEORIA SPETTRALE ; OLONOMIA NORMALE ; GEOMETRIA CR ; APPLICAZIONI ARMONICHE

Testo inglese

QUATERNION-KAEHLER GEOMETRY ; EXCEPTIONAL HOLONOMY ; MINIMAL SUBMANIFOLDS ; CONTACT STRUCTURES ; EINSTEIN METRICS ; SPECTRAL THEORY ; NORMAL HOLONOMY ; CR GEOMETRY ; HARMONIC MAPS

1.7 Coordinatore Scientifico del Programma di Ricerca

SALAMON
(Cognome)

SIMON MONTAGUE
(Nome)

Professore Ordinario
(Qualifica)

15/11/1955
(Data di nascita)

SLMSMN55S15Z114N
(Codice di identificazione personale)

MAT/03 - Geometria
(Settore scientifico-disciplinare)

Politecnico di TORINO
(Università)

Facoltà di INGEGNERIA III
(Facoltà)

Dipartimento di MATEMATICA
(Dipartimento)

011 564 7506
(Prefisso e telefono)

011 564 7599
(Numero fax)

salamon@calvino.polito.it
(Indirizzo posta elettronica)

1.8 Curriculum scientifico

Testo italiano
INDIRIZZO

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino
salamon@calvino.polito.it
<http://calvino.polito.it/~salamon>

CURRICULUM DI STUDI

Nato il 15/11/55
Hertford e Wolfson Colleges, presso l'Università di Oxford, GB
Laurea (first class, 1976), Master Scientifico (1977),
Dottorato di Ricerca (sotto la direzione di Nigel Hitchin, 1980)

POSIZIONI RICOPERTE

1979-81 University of Maryland, Visiting Assistant Professor
1981-83 Scuola Normale Superiore, Pisa, Borsa Post-Dottorato
1983-84 Institute for Advanced Study, Princeton, Visitatore
1984-2001 University of Oxford and Trinity College, Lecturer e Fellow
1992-93 Scuola Normale Superiore, Pisa, Professore Visitatore
1997 University of Oxford, Reader in Matematica
2000 Università dell'Insubria, Como, idoneo nel concorso di prima fascia di Geometria, Mat/03
2000-03 Politecnico di Torino, Professore Straordinario di Geometria
2003 Scuola Normale Superiore, chiamata per trasferimento, e successiva rinuncia
2003-04 Imperial College, Londra, nomina a Reader e poi a Full Professor
2004- Politecnico di Torino, Professore Ordinario di Geometria

COMITATI SCIENTIFICI DI RIVISTE

Quarterly Journal of Mathematics (coeditor 1991-94, consulting editor 2000-)
Proceedings of the London Mathematical Society (coeditor 1998-01)
Differential Geometry and its Applications (comitato scientifico 1991-99)
Annals of Global Analysis and Geometry (comitato scientifico 1993-)
Rendiconti dell'Università di Trieste (comitato scientifico 1997-)
Annali di Matematica Pura ed Applicata (comitato scientifico 1999-)
Journal of Geometry and Physics (comitato scientifico 2000-)

ATTIVITA' DIDATTICA PER IL DOTTORATO DI RICERCA

Relatore delle Tesi di Dottorato di :
A.F. Swann (D.Phil. Oxford 1990)
M. Mamone Capria (Dottorato, Perugia 1990)
P.Z. Kobak (D.Phil. Oxford 1993)
F. Battaglia (Dottorato, Firenze 1993)
R. Reyes-Carrion (D.Phil. Oxford 1994)
A. Fino (Dottorato, Torino 1997)
R. Herrera (D.Phil. Oxford 1997)

J. Armstrong (D.Phil. Oxford 1998)
S. Chiossi (Dottorato, Genova, 2003)
D. Giovannini (Dottorato, Torino 2004)
D. Conti (Tesi di Perfezionamento SNS, Pisa, prevista per il 2005),
A. Gambioli (Tesi di Dottorato, Roma La Sapienza, prevista per il 2006)
A. Madsen, C. Nunan, G. Ketsetzis (tesi di Master Scientifico)

Corelatore delle tesi di Dottorato di:

L. Ugarte (Ph.D. Bilbao 1997)
A. Andrada (Ph.D. Cordoba 2003)

Direzione di ricerche post-dottorato:

V. de Smedt
V. Apostolov
Y. Nagatomo

Membro di numerose commissioni di dottorato presso le Università di:

Berlino, Cambridge, Durham, Genova, Oxford, Pisa, Strasburgo, Warwick, e l'Ecole Polytechnique di Parigi.

Corsi di Dottorato e Scuole Estive:

CR structures (Pisa 1982)
Differential geometry (Perugia 1984)
Harmonic maps of surfaces (Oxford 1985)
Differential forms (Cortona 1985)
G-structures (Oxford 1987)
Lie groups (Cortona 1987)
Holonomy groups (Oxford 1988)
Curvature and characteristic classes (Cortona 1989)
Complex manifolds (Oxford 1992, e Pisa 1993)
Gauge theory (Cortona 1994)
Riemannian geometry (Cortona 1998)
Hermitian geometry (Oxford 1999)
Representations of Lie groups (Torino, 2000-01)
Geometrical structures on Lie groups (Pisa, 2001)
Riemannian geometry (Pisa 2003)

ATTIVITA' DIDATTICA PER I CORSI DI LAUREA

In Maryland: Calculus II, Ordinary differential equations, Discrete mathematics.

Per la Laurea in Matematica presso l'Università di Oxford: Analytic and numerical methods, Applications of algebra, Differential equations and discrete mathematics, Geometry (tutti per il primo anno); Galois theory, Geometry of surfaces, Linear algebra, Projective geometry (secondo/terzo anno); Algebraic topology, Complex algebraic curves (terzo/quarto anno). Maple computing course (primo anno). Tutoraggio ed esercitazioni riguardanti un'ampia serie di argomenti di matematica presso il Trinity College di Oxford.

Presso l'Imperial College di Londra: Mathematics for Chemical Engineering (primo anno), Complex Analysis (secondo anno).

Presso il Politecnico di Torino: Analisi Matematica II, Geometria (primo anno, Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica) Geometria Differenziale (Laurea in Matematica per le Scienze dell'Ingegneria) e relatore di tesi di Laurea; Matematica II (teledidattica); Functional Analysis (Laurea specialistica). Analysis IV (corso di 25 lezioni televisive per UniMed/Nettuno).

CONFERENZE E SEMINARI

Brevi periodi come professore visitatore in Francia (IHES e Nancy I), Germania (MPI, Bonn) e Italia (Bari, Pisa, Torino, SISSA).

Diversi seminari tenuti presso università Britanniche e Italiane.

Conferenze plenarie (o cicli di lezioni) in congressi tenutisi in: Cecoslovacchia, Danimarca, Francia, Spagna, Portogallo, USA ed ex Unione Sovietica.

Co-organizzatore dei seguenti convegni e workshops:

Homotopy Theory (Cortona, 1988)
Complex and Differential Geometry (Cortona, 1993)
Meetings on Quaternionic Geometry (SISSA, 1994; Vienna, 1995; Roma 1999).
Integrable Systems and Differential Geometry (Tokyo, 2000)
International Congress in memory of Alfred Gray (Bilbao, 2000)
Special Structures in Differential Geometry (LMS Durham Symposium, UK, 2001)
EDGE mid-term review (Pisa, 2003)
New perspectives on holonomy and submanifolds (Torino, 2004)

Organizzatore principale del bimestre intensivo:

Differential Geometry and Topology, CRM (Pisa, 2004)

Conferenziere principale ai seguenti convegni:

International Congress in memory of Alfred Gray (Bilbao 2000),
IXth Meeting on topology, geometry and physics (Porto 2000)
AMS-UMI joint meeting (Pisa 2002)
EDGE mid-term conference (Edinburgh 2002)
Geometry and analysis towards quantum theory,
UK-Japan winter school (Durham, 2004)

ATTIVITA' AMMINISTRATIVA

Ad Oxford:

Dean al Trinity College (1989-95)
Presidente della Commissione per gli Esami Finali in Matematica (1992/94)
Presidente della Commissione di Ammissione al Corso di Laurea in Matematica (1997-99)
Vice-Direttore del Dipartimento di Matematica (2000)
Coordinatore del Research Assessment Exercise (RAE 2001) per Matematica Pura

Reti di ricerca e finanziamenti:

Coordinatore locale del progetto di ricerca europeo GADGET nel periodo 1993-97
Coordinatore del progetto bilaterale Torino-Oxford del CNR nel periodo 1996-97
Coordinatore locale del progetto di ricerca nazionale COFIN 2002 "Proprietà Geometriche delle Varietà Reali e Complesse"
Coordinatore di un progetto di ricerca GNSAGA nel 2003

Testo inglese

CONTACT

Department of Mathematics, Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino
salamon@calvino.polito.it
<http://calvino.polito.it/~salamon>

EDUCATION

dob 15/11/55
Hertford and Wolfson Colleges, University of Oxford, UK
BA (first class, 1976), M.Sc. (1977), D.Phil. (under Nigel Hitchin, 1980)

EMPLOYMENT

1979-81 University of Maryland, Visiting Assistant Professor
1981-83 Scuola Normale Superiore, Pisa, Post-doctorate
1983-84 Institute for Advanced Study, Princeton, Member
1984-2001 University of Oxford and Trinity College, Lecturer and Fellow
1992-93 Scuola Normale Superiore, Pisa, Visiting Professor
1997 University of Oxford, promoted to Reader in Mathematics
2000 University of Insubria, Como, joint winner of concorso for full professor in Italy
2000-03 Politecnico di Torino, Professor of Geometry
2003 Scuola Normale Superiore, Elected to chair, subsequently declined
2003-04 Imperial College, London, Reader/Professor
2004- Politecnico di Torino, Professor in Geometry

EDITORSHIPS

Quarterly Journal of Mathematics (coeditor 1991-94, consulting editor 2000-)
Proceedings of the London Mathematical Society (coeditor 1998-01)
Differential Geometry and its Applications (editorial board 1991-99)
Annals of Global Analysis and Geometry (editorial board 1993-)
Rendiconti dell'Università di Trieste (editorial board 1997-)
Annali di Matematica Pura ed Applicata (editorial board 1999-)
Journal of Geometry and Physics (editorial board 2000-)

CONFERENCES AND INVITED LECTURES

Principal organizer of a 2-month research programme:
Differential Geometry and Topology, CRM (Pisa, 2004, details at www.crm.sns.it)

Active joint organizer of the following conferences or workshops:

New perspectives on holonomy and submanifolds (Torino, 2004)
EDGE (=European Differential Geometry Endeavour) Mid-Term Review (Pisa, 2003)
Special Structures in Differential Geometry (LMS Durham Symposium, UK, 2001)
International Congress in memory of Alfred Gray (Bilbao, 2000)
Integrable Systems and Differential Geometry (Tokyo, 2000)
Meetings on Quaternionic Geometry (SISSA, 1994; Vienna, 1995; Rome 1999)
Complex and Differential Geometry (Cortona, 1993)
Homotopy Theory (Cortona, 1988)

Invited as plenary lecturer at:

Special Geometries in Mathematical Physics (Kuehlungsborn, March 2006)

Conference on Differential Geometry in honour of Paul Gauduchon (Palaiseau, May 2005)

Main speaker at the following conferences (listed back to 2000):

Geometry and analysis towards quantum theory, UK-Japan winter school (Durham, 2004)

EDGE mid-term conference (Edinburgh 2002)

AMS-UMI joint meeting (Pisa 2002)

IXth Meeting on topology, geometry and physics (Porto 2000)

International Congress in memory of Alfred Gray (Bilbao 2000)

Visiting professorships have covered short periods in France (IHES and Nancy I), Germany (MPI, Bonn), and Italy (Bari, Pisa, Turin, SISSA) before moving there.

Many seminar talks at universities in the UK and Italy. Lectures at conferences in Denmark, France, Spain, Portugal, USA and ex Soviet Union.

GRADUATE TEACHING

Supervisor of:

A.F. Swann (D.Phil. Oxford 1990)

M. Mamone Capria (Ph.D. Perugia 1990)

P.Z. Kobak (D.Phil. Oxford 1993)

F. Battaglia (Ph.D. Florence 1993)

R. Reyes-Carrion (D.Phil. Oxford 1994)

A. Fino (Ph.D. Turin 1997)

R. Herrera (D.Phil. Oxford 1997);

J. Armstrong (D.Phil. Oxford 1998)

S. Chiossi (Ph.D. Genoa, 2003).

D. Giovannini (Ph.D. Torino 2004)

D. Conti (Perfezionamento expected 2005, SNS, Pisa),

A. Gambioli (Ph.D. expected 2006, Roma La Sapienza)

A. Madsen, C. Nunan, G. Ketsetzis (all M.Sc. students)

Joint supervisor of:

L. Ugarte (Ph.D. Bilbao 1997)

A. Andrada (Ph.D. Cordoba 2003)

Post-docs under my direction:

V. de Smedt (Bruxelles), V. Apostolov (Sofia and Paris), Y. Nagatomo (Tokyo)

Examiner of numerous doctoral theses at the Universities of Berlin, Cambridge, Durham, Genova, Oxford, Pisa, Strasbourg, Warwick, and the Ecole Polytechnique.

Graduate courses and summer schools:

CR structures (Pisa 1982)

Differential geometry (Perugia 1984)

Harmonic maps of surfaces (Oxford 1985)

Differential forms (Cortona 1985)

G-structures (Oxford 1987)

Lie groups (Cortona 1987)

Holonomy groups (Oxford 1988)

Curvature and characteristic classes (Cortona 1989)

Complex manifolds (Oxford 1992, and Pisa 1993)

Gauge theory (Cortona 1994)

Riemannian geometry (Cortona 1998)

Hermitian geometry (Oxford 1999)

Representations of Lie groups (Turin, 2000-01)

Geometrical structures on Lie groups (Pisa, 2001)

Riemannian geometry (Pisa 2003)

UNDERGRADUATE TEACHING

In the US: Calculus III, Ordinary differential equations, Discrete mathematics.

For mathematics students in Oxford: Analytic and numerical methods, Applications of algebra, Differential equations and discrete mathematics, Geometry (all 1st year); Galois theory, Geometry of surfaces, Linear algebra, Projective geometry (2nd/3rd year); Algebraic topology, Complex algebraic curves (3rd/4th year). Maple computing course (1st year) including design of projects. Wide selection of topics in pure mathematics covered for numerous tutorials and classes at Trinity College.

In London: Mathematics for Chemical Engineering (1st year), Complex analysis (2nd year)

In Torino: Analysis II, Geometry (both 1st year, Faculty of Electronic Engineering); Differential geometry (2nd year, Laurea in Matematica) and associated thesis supervision; Mathematics II (distance learning); Functional analysis (4th year).

In progress: 25-lecture television course on Complex analysis, distributions and transforms for new Mediterranean open university.

ADMINISTRATION

In Oxford:

Dean (in charge of student discipline and welfare) at Trinity College (1989-95)

Chairman of Examiners in Mathematics Finals in 1992/94

Head of Oxford University mathematics admissions for 1997-99

Vice-Chairman of Department of Mathematics in 2000

Coordinator of Research Assessment Exercise (RAE 2001) for Pure Mathematics

Research networks and grants:

Local coordinator of EU research project GADGET in 1993-97

Coordinator of CNR grant for bilateral project Turin-Oxford 1996-97

Local coordinator of COFIN02 project (Geometrical properties of real and complex manifolds)

Coordinator of smaller GNSAGA grant in 2003

1.9 Pubblicazioni scientifiche più significative del Coordinatore del Programma di Ricerca

1. C. MCLAUGHLIN, H. PEDERSEN, SALAMON S., Y. S. POON (in stampa). Deformation of 2-step nilmanifolds with abelian complex structures. JOURNAL OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY. ISSN: 0024-6107 math.DG/0402069.
2. A. ANDRADA, SALAMON S. (2005). Complex product structures on Lie algebras. FORUM MATHEMATICUM. ISSN: 0933-7741 math.DG/0305102.
3. APOSTOLOV V., SALAMON S. (2004). Kaehler reduction of metrics with holonomy G_2 . COMMUNICATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS. vol. 246 pp. 43-61 ISSN: 0010-3616
4. FINO A., PARTON M., SALAMON S. (2004). Families of strong KT structures in six dimensions. COMMENTARI MATHEMATICI HELVETICI. vol. 79 pp. 317-340 ISSN: 0010-2571
5. KETSETZIS G., SALAMON S. (2004). Complex structures on the Iwasawa manifold. ADVANCES IN GEOMETRY. vol. 4 pp. 165-179 ISSN: 1615-715X
6. SALAMON S. (2003). A tour of exceptional geometry. MILAN JOURNAL OF MATHEMATICS. vol. 71 pp. 59-94 ISSN: 1424-9286
7. V. DE SMEDT, SALAMON S. (2002). Anti-self dual metrics on Lie groups. CONTEMPORARY MATHEMATICS. vol. 308 pp. 63-75 ISSN: 0271-4132
8. SALAMON S. (2002). Hermitian geometry. In M.R. BRIDSON AND S.M. SALAMON Invitations to Geometry and Topology, Oxford Graduate texts in Mathematics 7 (pp. 233-291). ISBN: 0 19 850772 0 Editor and contributor to this volume. OXFORD: Oxford University Press
9. SALAMON S., S. CHIOSSI (2002). Intrinsic torsion of $SU(3)$ and G_2 structures. In O. GIL-MEDRANO AND V. MIQUEL Differential Geometry, Valencia 2001 (pp. 115-133). ISBN: 981-02-4906-3: World Scientific
10. ABBENA E., GARBIERO S., SALAMON S. (2001). Almost Hermitian geometry of 6-dimensional nilmanifolds. ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA. CLASSE DI SCIENZE. vol. 30 pp. 147-170 ISSN: 0391-173X
11. SALAMON S. (2001). Complex structures on nilpotent Lie algebras. JOURNAL OF PURE AND APPLIED ALGEBRA. vol. 157 pp. 311-333 ISSN: 0022-4049
12. SALAMON S. (2001). Almost parallel structures. CONTEMPORARY MATHEMATICS. vol. 288 pp. 162-181 ISSN: 0271-4132
13. SALAMON S. (1999). Quaternion-Kaehler Geometry. In ED. LEBRUN C., WANG M. Essays on Einstein Manifolds (pp. 83-121). Surveys in Differential Geometry VI.: International Press
14. HERRERA H., SALAMON S. (1997). Intersection numbers on moduli spaces and symmetries of a Verlinde formula. COMMUNICATIONS IN MATHEMATICAL PHYSICS. vol. 188 pp. 521-534 ISSN: 0010-3616
15. GALICKI K., SALAMON S. (1996). Betti numbers of 3-Sasakian manifolds. GEOMETRIAE DEDICATA. vol. 63 pp. 45-68 ISSN: 0046-5755
16. SALAMON S. (1996). On the cohomology of Kaehler and hyper-Kaehler manifolds. TOPOLOGY. vol. 35 pp. 137-155 ISSN: 0040-9383
17. FALCITELLI L., FARINOLA A., SALAMON S. (1994). Almost Hermitian Geometry. DIFFERENTIAL GEOMETRY AND ITS APPLICATIONS. vol. 4 pp. 259-282 ISSN: 0926-2245
18. LEBRUN C.R., SALAMON S. (1994). Strong rigidity of positive quaternion-Kaehler manifolds. INVENTIONES MATHEMATICAE. vol. 118 pp. 109-132 ISSN: 0020-9910

19. POON Y.S., SALAMON S. (1991). Quaternionic Kaehler 8-manifolds with positive scalar curvature. JOURNAL OF DIFFERENTIAL GEOMETRY. vol. 33 pp. 363-378 ISSN: 0022-040X
20. BRYANT R.L., SALAMON S. (1989). On the construction of some complete metrics with exceptional holonomy. DUKE MATHEMATICAL JOURNAL. vol. 58 pp. 829-850 ISSN: 0012-7094
21. SALAMON S. (1989). Riemannian Geometry and Holonomy Groups. ISBN: 0470213132 Pitman Research Notes in Mathematics 201 (and 201 pages).: Longman Scientific and Technical
22. MAMONE CAPRIA M., SALAMON S. (1988). Yang-Mills fields on quaternionic spaces. NONLINEARITY. vol. 1 pp. 517-530 ISSN: 0951-7715
23. BURSTALL F., RAWNSLEY J., SALAMON S. (1987). Stable harmonic 2-spheres in symmetric spaces. BULLETIN OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY. vol. 16 pp. 274-278 ISSN: 1088-9485
24. BURSTALL F., SALAMON S. (1987). Tournaments, flags and harmonic maps. MATHEMATISCHE ANNALEN. vol. 277 pp. 249-265 ISSN: 0025-5831
25. SALAMON S. (1986). Differential geometry of quaternionic manifolds. ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE. vol. 19 pp. 31-55 ISSN: 0012-9593
26. EELLS J., SALAMON S. (1985). Twistorial construction of harmonic maps. ANNALI DELLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA. CLASSE DI SCIENZE. vol. 19 pp. 589-640 ISSN: 0391-173X
27. SALAMON S. (1984). Harmonic 4-spaces. MATHEMATISCHE ANNALEN. vol. 269 pp. 169-178 ISSN: 0025-5831
28. BARKER S.R., SALAMON S. (1983). Analysis on a generalized Heisenberg group. JOURNAL OF THE LONDON MATHEMATICAL SOCIETY. vol. 28 pp. 184-192 ISSN: 0024-6107
29. SALAMON S. (1983). Topics in four-dimensional Riemannian geometry. In (ED.) VESENTINI E. Geometry Seminar Luigi Bianchi - 1982 Lecture Notes Math. 1022.: Springer
30. SALAMON S. (1982). Quaternionic Kaehler manifolds. INVENTIONES MATHEMATICAE. vol. 67 pp. 143--171. ISSN: 0020-9910

1.10 Elenco delle Unità di Ricerca

Unità	Responsabile Scientifico	Qualifica	Settore Disc.	Università	Dipart./Istituto	Mesi Uomo
I	SALAMON SIMON MONTAGUE	Professore Ordinario	MAT/03	Politecnico di TORINO	Dip. MATEMATICA	16
II	MARCHIAFAVA STEFANO	Professore Ordinario	MAT/03	Università degli Studi di ROMA "La Sapienza"	Dip. MATEMATICA	16
III	PERRONE DOMENICO	Professore Ordinario	MAT/03	Università degli Studi di LECCE	Dip. MATEMATICA	20
IV	MUSSO EMILIO	Professore Ordinario	MAT/03	Università degli Studi de L'AQUILA	Dip. MATEMATICA PURA E APPLICATA	16
V	PODESTA' FABIO	Professore Ordinario	MAT/03	Università degli Studi di FIRENZE	Dip. MATEMATICA E APPLICAZIONI PER L'ARCHITETTURA	16

1.11 Mesi uomo complessivi dedicati al programma

Testo italiano

		Numero	Mesi uomo 1° anno	Mesi uomo 2° anno	Totale mesi uomo
Personale universitario dell'Università sede dell'Unità di Ricerca		18	161	161	322
Personale universitario di altre Università		39	300	302	602
Titolari di assegni di ricerca		4	20	20	40
Titolari di borse	Dottorato	4	20	20	40
	Post-dottorato	1	5	5	10
	Scuola di Specializzazione	0			
Personale a contratto	Assegnisti	2	12	12	24
	Borsisti	0			
	Dottorandi	0			

	Altre tipologie	1	6	6	12
Personale extrauniversitario		10	67	71	138
TOTALE		79	591	597	1188

Testo inglese

		Numero	Mesi uomo 1° anno	Mesi uomo 2° anno	Totale mesi uomo
University Personnel		18	161	161	322
Other University Personnel		39	300	302	602
Work contract (research grants, free lance contracts)		4	20	20	40
PHD Fellows & PHD Students	<i>PHD Students</i>	4	20	20	40
	<i>Post-Doctoral Fellows</i>	1	5	5	10
	<i>Specialization School</i>	0			
Personnel to be hired	<i>Work contract</i>	2	12	12	24
	<i>PHD Fellows & PHD Students</i>	0			
	<i>PHD Students</i>	0			
	<i>Other tipologie</i>	1	6	6	12
No cost Non University Personnel		10	67	71	138
TOTALE		79	591	597	1188

PARTE II

2.1 Obiettivo del Programma di Ricerca

Testo italiano

ATTIVITA' DI RICERCA

L'obiettivo principale di questo progetto è di ottenere nuovi risultati nell'ambito della geometria Riemanniana e di alcune aree collegate. Il programma di ricerca è suddiviso in sezioni distinte basate in parte sull'attività pregressa dei vari gruppi. Gli ambiti di ricerca previsti sono determinati sia dalle collaborazioni internazionali dei membri del progetto, sia dall'intenzione di consolidare ed intensificare le interazioni a livello nazionale.

Gli oggetti principali della ricerca sono le varietà differenziabili, spazi che consentono sia indagini di carattere locale riguardanti la curvatura, sia un'analisi globale. In molti casi, questi spazi saranno dotati di strutture addizionali, introdotte in base a considerazioni di carattere matematico, oppure nel tentativo di descrivere fenomeni fisici. In tal modo, il progetto si collega alla geometria complessa e simplettica ed utilizza tecniche di algebra ed analisi. Molti problemi comportano la risoluzione di equazioni differenziali o sistemi algebrici allo scopo di ottenere la classificazione di alcune strutture geometriche globali.

Le ricerche proposte sono suddivise in quattro sezioni principali I, II, III, IV, richiamate più volte in seguito. Ogni sezione è a sua volta ripartita in quattro sottosezioni allo scopo di mettere in evidenza l'organizzazione complessiva e la suddivisione dei compiti tra le cinque unità. Nel seguito è riportato l'elenco completo delle sottosezioni, mentre la loro descrizione dettagliata è rinviata a 2.3; quest'ultima termina spiegando come i vari compiti vengono suddivisi tra le cinque unità.

I. STRUTTURE SPECIALI

- *Ia. Geometria quaternionica e ipercomplessa*
- *Ib. Strutture conformemente parallele*
- *Ic. Geometria dell'applicazione momento*
- *Id. Metriche pseudo-Riemanniane e distanze generalizzate*

II. EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA

- *IIa. Metriche di Einstein ed equazioni di evoluzione*
- *IIb. Connessioni e teoria di Yang-Mills*
- *IIc. Teoria spettrale degli operatori differenziali*
- *IId. Crescita e problemi isoperimetrici*

III. GEOMETRIA DELLE SOTTOVARIETA'*

- *IIIa. Sistemi differenziali esterni ed esistenza in astratto*
- *IIIb. Sottovarietà di geometrie speciali*
- *IIIc. Coomogeneità ed ologonomia normale*
- *IIId. Sottovarietà minimali e mappe armoniche*

IV. GEOMETRIA DI CONTATTO E CR

- *IVa. Strutture CR omogenee e simmetriche*
- *IVb. Applicazioni e morfismi armonici*
- *IVc. Aspetti Hermitiani e simplettici*
- *IVd. Fibrati, connessioni e stabilità*

La scelta degli argomenti riflette il proposito di estendere, per quanto possibile, le interazioni tra le diverse sezioni, come si vedrà dagli esempi riportati in 2.3. In particolare, tale scelta ha lo scopo di sfruttare le sinergie tra due o più unità. Di conseguenza, i risultati che otterremo da questo progetto dovrebbero essere utili per ricerche su argomenti che vanno al di là degli interessi del nostro gruppo.

Il responsabile nazionale coordinerà gli obiettivi organizzativi impliciti nelle proposte formulate dalle varie unità, così come sono elencati all'inizio di 2.5 del Modello B dell'Unità di L'Aquila. In particolare, verrà incentivata la mobilità dei ricercatori allo scopo di rafforzare collaborazioni coerenti con gli obiettivi e sarà incoraggiata la partecipazione ad importanti convegni scientifici.

Saranno finanziati (parzialmente o interamente) con i fondi del progetto tre convegni, rispettivamente a L'Aquila, Roma e Torino. Ci si aspetta una partecipazione significativa di studiosi e giovani ricercatori a tali incontri.

ASPETTI FORMATIVI

Il progetto è basato sul presupposto che l'aspetto formativo sia una parte importante dell'attività di ricerca. Molti dei temi trattati sono adatti sia a studenti di dottorato che a studenti post-dottorato, entrambi componenti essenziali del gruppo.

Il progetto coinvolge circa 20 studenti di dottorato e 15 borsisti post-dottorato o assegnisti (ricercatori senza una posizione permanente) e si prefigge di finanziare sei contratti di ricerca di sei mesi ciascuno. Per ragioni finanziarie e geografiche, la maggior parte degli studenti e borsisti sono elencati in 1.7.3-1.7.6 dei sottoprogetti di Firenze e Roma. Queste università hanno più dipartimenti (e di dimensioni maggiori), in grado quindi di cofinanziare più facilmente i contratti proposti. Ad esempio, il coordinatore nazionale segue uno studente di dottorato a Pisa (elencato sotto Firenze) ed uno a Roma.

Il Dottorato di ricerca italiano prevede uno o due anni di corsi base: molti partecipanti a questo progetto hanno tenuto corsi per dottorandi negli anni passati. Pertanto il gruppo è in grado di organizzare lezioni e seminari sugli argomenti elencati in precedenza.

*****APPLICAZIONI*****

Si prevede che ci saranno alcune applicazioni della ricerca ad altri settori disciplinari.

Certi argomenti hanno origine, diretta o indiretta, dall'interesse di alcuni componenti delle unità di Roma e Torino per questioni di fisica teorica. Tra gli obiettivi del progetto ci sarà quello di incoraggiare ulteriori scambi di idee tra matematica e fisica.

Le ricerche sulle sottovarietà e sulle superfici, portate avanti dalle unità di L'Aquila, Firenze e Torino, comportano l'uso e l'implementazione di programmi informatici e tecniche di visualizzazione (vedi la 2.2). I risultati ottenuti saranno messi a disposizione della comunità scientifica.

Le ricerche sulla geometria spettrale condotte a Roma hanno già consentito delle applicazioni alle frequenze delle vibrazioni delle travi e di altri materiali. Saranno studiate ulteriori applicazioni all'ingegneria.

Testo inglese

*****RESEARCH ACTIVITY*****

The main goal of this project is to obtain new results within the field of Riemannian geometry and a number of associated areas. The research is grouped into clearly-defined topics that build on previous work of the units. The chosen research directions have been determined by collaborations at an international level, and a desire to consolidate and intensify interactions at a national level.

The basic objects of research are differentiable manifolds, spaces amenable to both local studies involving curvature, and global analysis. In many cases these spaces will be endowed with additional structures, whose formulation has either been necessitated by mathematical considerations, or by an attempt to model some physical phenomena. In this way, the project acquires links with complex and symplectic geometry, as well as other techniques from algebra and analysis. Many of its problems involve the solution of differential equations or algebraic systems in order to obtain the classification of some global geometrical structure.

The proposed research is divided into four broad headings I, II, III, IV, which are used consistently throughout the proposal. Each is further split into four subsections in order to assist the overall organization and division of labour. A complete list follows, though detailed descriptions subsection by subsection do not appear until Section 2.3. The latter concludes with an explanation of how the tasks will be distributed amongst the five units.

****I. SPECIAL STRUCTURES****

- *Ia. Quaternionic and hypercomplex geometry*
- *Ib. Conformally parallel structures*
- *Ic. Geometry of the moment mapping*
- *Id. Pseudo-Riemannian metrics and generalized distances*

****II. EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS****

- *IIa. Einstein metrics and evolution equations*
- *IIb. Connections and Yang-Mills theory*
- *IIc. Spectral theory of differential operators*
- *IId. Growth and isoperimetric problems*

****III. GEOMETRY OF SUBMANIFOLDS****

- *IIIa. Exterior differential systems and abstract existence*
- *IIIb. Submanifolds of special geometries*
- *IIIc. Cohomogeneity and normal holonomy*
- *IIId. Minimal submanifolds and harmonic maps*

****IV. CONTACT AND CR GEOMETRY****

- *IVa. Homogeneous and symmetric CR structures*
- *IVb. Harmonic maps and morphisms*
- *IVc. Hermitian and symplectic aspects*
- *IVd. Bundles, connections and stability*

The choice of topics reflects the aim to extend, as far as possible, interactions between the different headings, examples of which are provided in Section 2.3. In particular, it is designed to exploit the realization of common goals involving two or more units. As a consequence, the results and output from this project should be of value to other research activity in mathematics, beyond the

confines of our particular group.

The project coordinator will oversee the organizational objectives implicit in the individual proposals of each unit, and listed at the start of Section 2.5 in L'Aquila's submission. In particular, we shall stimulate mobility to strengthen collaborations consistent with the research aims, and support participation at relevant scientific meetings.

Three conferences, in L'Aquila, Rome and Turin, will be funded wholly or partly by the project, and significant participation by both senior and junior members of the network is expected at these events.

TRAINING ASPECTS

The project will emphasize training as part of the research process. Many of the topics are suitable for study by both pre- and post-doctoral research workers, both of whom form an essential component of the network represented by this project.

The proposed network incorporates some 20 doctoral students, and 15 persons with postdoctoral grants or assegni (the name for standard 1 or 2 year positions, not to be confused with ricercatori who hold permanent positions). The proposal itself seeks funding for the equivalent of six 6-month research positions. For financial and geographical reasons, most of the students and grant-holders are listed in Sections 1.7.3-1.7.6 of the entries for Florence and Rome; these universities have bigger and multiple departments capable of providing the matching funds that makes this proposal viable. For example, the project coordinator has a graduate student in Pisa (listed under Florence) and one in Rome.

The Italian doctoral program envisages 1 to 2 years of initial course work, and many of the senior persons in this project have been providing graduate teaching over a period of years. The infrastructure is therefore in place for the organization and development of lecture courses and instruction tailored to the topics above.

APPLICATIONS

It is expected that there will be modest applications of the research to other scientific disciplines.

A number of topics have arisen directly or indirectly from contact with theoretical physics by members of the units in Rome and Turin, and our mathematical output will be fed back in an attempt to encourage further exchanges of ideas.

The work on submanifolds and surfaces by the units in L'Aquila, Florence and Turin is leading to the use of computer software and visualization techniques (see Section 2.2). This output will be consolidated and made more widely available to the scientific community.

Research on spectral geometry in Rome has already provided applications to the vibration frequencies of beams and other materials. Further such engineering applications will be sought.

2.2 Base di partenza scientifica nazionale o internazionale

Testo italiano

INTRODUZIONE

Le cinque unità di questo progetto facevano parte del Programma italiano COFIN 2002 "Proprietà geometriche delle Varietà Reali e Complesse". Un convegno con lo stesso titolo è stato organizzato a Palermo da R. Grimaldi (ora afferente all'unità di L'Aquila) allo scopo di diffondere e discutere i contributi dei giovani membri post-doc del programma stesso. Molti articoli citati in 2.2a sono stati concepiti e realizzati nell'ambito di tale programma o dei programmi precedenti, quali il COFIN 2000 e il COFIN 1998. Mentre le ricerche citate rappresentano indubbiamente il punto di partenza di alcuni lavori, l'attuale progetto di ricerca indirizza tali risorse verso obiettivi più specifici.

Le cinque unità includono anche piccoli gruppi di ricerca provenienti dalle Università di Bari, della Basilicata (a Potenza), di Cagliari, ed alcuni elementi provenienti da Alessandria, Camerino, Palermo, Pescara (Università di Chieti) e da Perugia, che contribuiscono in misura rilevante al programma qui presentato. Infatti, ogni gruppo ed ogni persona ha scelto di essere inclusa in una unità specifica a cui è legata da grandi affinità scientifiche e da un coerente programma di ricerca.

Il coordinatore nazionale, Simon Salamon, attualmente impegnato a tempo pieno presso il Politecnico di Torino, è stato l'organizzatore principale di un trimestre di ricerca intensivo dal titolo "Geometria e Topologia Differenziale" tenutosi, da settembre a novembre 2004, presso il Centro De Giorgi di Pisa. Si è valso della collaborazione di S. Donaldson (Londra), P. Gauduchon (Parigi) e C. Le Brun (Stony Brook). Tale evento è stato caratterizzato dall'attiva partecipazione di studiosi nazionali e internazionali. I dettagli dell'evento si possono vedere sul sito web:

.....<http://www.crm.sns.it>
nel menù "Past Activities"

Questo trimestre ha contribuito a focalizzare l'attenzione su alcuni problemi discussi in 2.3, in particolare su:

.....I. STRUTTURE SPECIALI

.....II. EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA

Come si può facilmente intuire, gli aspetti della ricerca che si inquadrano nei due filoni citati hanno forti interazioni con:

.....III. GEOMETRIA DELLE SOTTOVARIETA'

....IV. GEOMETRIA DI CONTATTO E CR

che evidenziano le peculiarità delle unità e i risultati più significativi delle ricerche.

Alcuni aspetti di questo progetto di ricerca riguardano anche i temi trattati nel convegno internazionale "Curvatura in Geometria" (in onore di Lieven Vanhecke), tenutosi a Lecce nel 2003, i cui atti sono stati pubblicati in:

[1] O. Kowalski, E. Musso, D. Perrone (editors): *Complex, Contact and Symmetric Manifolds*, Progress in Mathematics 234, Birkhauser 2005.

Questo volume contiene alcuni importanti sviluppi della teoria delle sottovarietà e delle strutture di contatto (III e IV) e tratta certi aspetti della visualizzazione geometrica mediante calcolatore, citati nelle Applicazioni.

Molte persone coinvolte in questo programma di ricerca hanno avuto un ruolo importante nel programma di ricerca europeo EDGE (European Differential Geometry Endeavour) HPRN-CT-2000-00101. In particolare, M. Pontecorvo (affidente all'unità di L'Aquila) è stato il coordinatore del nodo italiano. Rilevanti scambi culturali hanno avuto luogo durante le conferenze EDGE, la scuola estiva di Edinburgo del 2002 e un incontro organizzato a Pisa da S. Salamon all'inizio del 2003.

BACKGROUND TECNICO

Presenteremo ora brevemente il background scientifico per ciascuno dei quattro argomenti prima introdotti. Saranno citati alcuni articoli, pubblicati in passato dai membri del gruppo di ricerca, in modo da mettere in luce il percorso storico dei vari problemi e i collaboratori precedenti. Questo servirà anche a situare nel loro contesto gli articoli più recenti, presentati in 2.2a.

I. STRUTTURE SPECIALI

Questa sezione si riferisce a vari oggetti geometrici costruiti su varietà differenziabili, in modo da renderli adatti a diverse applicazioni. La maggior parte, ma non la totalità, delle strutture che ci proponiamo di studiare, si inseriscono nell'ambito della Geometria Riemanniana, come indicato nel titolo generale del progetto. In pratica, ciò significa che le varietà saranno dotate di un tensore metrico e di un metodo per misurare angoli e lunghezze, in modo analogo a quanto avviene per l'ordinario spazio tridimensionale. E' proprio questa proprietà che distingue il nostro lavoro dagli aspetti puramente analitici o topologici della teoria delle varietà.

La maggior parte delle strutture speciali in oggetto sono determinate da una connessione e dal suo gruppo di ologonomia. La classe più nota di tali spazi è costituita dalle varietà Kaehleriane, in cui le proprietà Riemanniane e complesse sono strettamente collegate. Questo progetto si rivolge in modo particolare alle classi di varietà aventi una stretta relazione con le precedenti, come le varietà quaternionico-Kaehleriane e iperkaehleriane. I quaternioni hanno ottenuto recentemente una meritata popolarità in quanto parametrizzano il gruppo delle rotazioni (una ricerca su internet di "quaternion rotation" rivela la presenza di centinaia di siti, molti dei quali collegati alla costruzione di giochi elettronici). Le loro applicazioni recenti alla geometria differenziale sono conseguenza di risultati notevoli ottenuti a Roma e ad Oxford negli anni '70; le problematiche attuali sono di sicuro interesse per i geometri algebrici ed i fisici matematici. A questo proposito si cita:

[2] C.R. LeBrun, S. Salamon: *Strong rigidity of positive quaternion-Kaehler manifolds*, Invent. Math. 118 (1994), 109-13

Altre strutture speciali comprendono i gruppi di ologonomia eccezionali, in modo particolare le metriche G_2 su varietà di dimensione 7. Queste ultime possono essere viste come un'estensione delle metriche di Calabi-Yau in dimensione 6, un altro tema fortemente collegato alla geometria algebrica.

II. EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA

Molti operatori differenziali classici hanno un'estensione immediata alla geometria Riemanniana. L'azione del Laplaciano sulle forme differenziali fornisce un legame diretto con la topologia e permette anche di distinguere tra diverse varietà Riemanniane. L'operatore di Dirac è, forse, ancora più importante: le sue proprietà sono state studiate, da diversi punti di vista, da vari componenti del progetto. In ogni caso, la relativa teoria spettrale è un'ambito di ricerca consolidato dell'unità di Roma:

[3] M. Bordoni: *Spectral estimates for Schroedinger and Dirac-type operators on Riemannian manifolds*, Math. Ann. 298 (1994), 693-718.

Lo studio di particolari metriche di Einstein può senz'altro essere collocato in questa sezione. Mentre le equazioni di campo della relatività generale coinvolgono un tensore di Lorentz in dimensione quattro, la geometria Riemanniana permette di considerare metriche di Einstein definite positive in dimensione qualsiasi. La costruzione di esempi espliciti richiede però l'applicazione di tecniche comuni.

Generalmente è più semplice costruire metriche di Einstein con una simmetria e/o una proprietà supplementare. Le metriche con ologonomia eccezionale hanno necessariamente tensore di Ricci nullo e certe G_2 connessioni con torsione sono soluzioni di equazioni di campo generalizzate. La scoperta delle prime metriche con ologonomia eccezionale, riportata in:

[4] R.L. Bryant, S. Salamon: *On the construction of some complete metrics with exceptional holonomy*, Duke Math. J. 58 (1989), 829-850,

fu in parte motivata dal lavoro

[5] S. Marchiafava: *Alcune osservazioni sui gruppi di Lie G_2 e Spin(7) candidati a gruppi di ologonomia*, Ann. Mat. Pura Appl. 129

(1981), 247-264.

Questo progetto comprende lo studio delle metriche Kaehler-Einstein, dei loro gruppi di automorfismi e di un'ampia classe di geometrie di coomogeneità uno. Gli esempi di metriche Kaehleriane estremali sono oggetto di interesse a livello internazionale. Il programma del convegno pisano, citato in precedenza, evidenzia l'importanza dei metodi Ricci flow nell'ambito della geometria Riemanniana ed ha portato allo studio più generale dei solitoni di Ricci.

L'equazione del calore è stata l'origine di fruttuose ricerche delle unità di Firenze e Roma.

****III. GEOMETRIA DELLE SOTTOVARIETA'****

La motivazione dello studio delle sottovarietà proviene da diversi fattori indipendenti. Prima di tutto, costituisce una generalizzazione della teoria delle superfici minime nello spazio 3-dimensionale, concetto noto a molti laureati in matematica. Ci sono tuttora molti problemi aperti per le superfici con curvatura media nulla o costante in dimensione maggiore o uguale a tre. In particolare, alcune ricerche dell'unità di L'Aquila riguardano il problema di equivalenza per le sottovarietà, spesso collegato con la geometria conforme:

[6] G.R. Jensen, E. Musso: Rigidity of Hypersurfaces, Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. Paris 27 (1994), 227-248

Mentre la classificazione dei gruppi di ologonia è completa per le varietà, una sua variante interessante è il problema della realizzazione delle sottovarietà in vari spazi modello. Una base per la ricerca, proposta in quest'area dalle unità di Torino e Roma, proviene dalla monografia [45] e dagli articoli sulle sottovarietà Kaehleriane dello spazio proiettivo complesso. Questo lavoro enfatizza il ruolo della rappresentazione di isotropia degli spazi simmetrici, argomento comune a:

[7] F. Podestà, G. Thorbergsson: Polar actions on rank-one symmetric spaces. J. Differ. Geom. 53 (1999), 131-175.

Un problema fondamentale consiste nella costruzione di ipersuperfici con assegnata seconda forma fondamentale in un particolare spazio ambiente. Le ricerche sulla mirror symmetry e la congettura SYZ hanno accentuato l'importanza della costruzione di metriche SU(3) su sottovarietà Lagrangiane speciali. Entrambi i problemi possono essere affrontati usando la teoria dei sistemi differenziali esterni, tecnica in cui l'unità di L'Aquila ha acquisito una notevole esperienza.

****IV. GEOMETRIA DI CONTATTO E CR ****

Questo argomento ha svariati legami con i temi descritti in precedenza, ma nello stesso tempo rappresenta una sezione indipendente i cui metodi sono tuttavia comuni a quelli del progetto.

Le strutture Sasakiane costituiscono una naturale generalizzazione della geometria Kaehleriana in dimensione dispari ed esempi di questo tipo intervengono nella costruzione di metriche di Einstein. Esiste un importante studio delle strutture CR su ipersuperfici di varietà di Kaehler-Einstein che ha già contribuito alla classificazione delle metriche studiate nella Sezione II.

Rimangono aperti molti problemi nel caso 3-dimensionale, che sono all'origine di varie generalizzazioni e di questioni che collegano la geometria con la topologia:

[8] D. Perrone, S.I. Goldberg: Contact 3-manifolds with positive curvatures, Contemp. Math. 127 (1992), 59-68.

La geometria di contatto fornisce un'ambiente interessante per lo studio di applicazioni e morfismi armonici, con collegamenti alla geometria Lorentziana. Essa consente di generalizzare note proprietà analitiche del gruppo Heisenberg; inoltre le strutture CR associate danno origine a una teoria delle connessioni analoga a quella del caso Einstein-Hermitiano.

Altre questioni riguardano le fogliazioni, la struttura dei fibrati associati ed i loro gruppi di simmetria. Il progetto di alcuni componenti dell'unità di Bari di estendere certe nozioni della geometria Hermitiana è in parte conseguenza di una collaborazione precedente:

[9] L. Falcitelli, A. Farinola, S. Salamon: Almost Hermitian Geometry, Differ. Geom. Appl. 4 (1994), 259-282.

*****COLLABORAZIONI ESISTENTI*****

I componenti e i gruppi che compongono il progetto hanno stabilito un'ampia rete di collaborazioni internazionali, spesso frutto dei COFIN italiani citati in precedenza. I relativi dettagli si trovano nelle sottoprogetti delle varie unità. Elenchiamo di seguito solamente una selezione di nomi che compaiono nella descrizione dell'attività di ricerca di due o più unità o di altri gruppi in Italia:

D. Alekseevsky (Hull e Mosca)
D. Blair (Michigan)
C. Boyer (Albuquerque)
D. Calderbank (Edinburgo)
A. Fujiki (Osaka)
K. Galicki (Albuquerque)
O. Hijazi (Nancy)
S. Ivanov (Sofia)
F. Mercuri (Campinas)
C. Olmos (Cordoba)
P. Pansu (Orsay)

H. Pedersen (Odense)
Y-S. Poon (Riverside)
H. Rosenberg (Parigi)
J. Seade (Cuernavaca)
A. Swann (Odense)
G. Thorbergsson (Colonia)
L. Vanhecke (Lovanio)

Dimitri Alekseevsky merita una menzione particolare perchè ha ispirato molte ricerche che compaiono in questo progetto ed ha collaborato con diversi suoi componenti su argomenti che riguardano tutte le sezioni, mettendo in evidenza l'interazione tra le diverse aree. Basta citare, per le Sezioni I, II, III, IV:

[10] D.V. Alekseevsky, S. Marchiafava, M. Pontecorvo: Compatible complex structures on almost quaternionic manifolds, Trans. Amer. Math. Soc. 351 (1999), 997-1014,

e rispettivamente [27], [43], [61].

Queste ricerche, unitamente alle collaborazioni di Alekseevsky con i colleghi fisici, saranno celebrate nel convegno internazionale "Symmetry in Geometry and Physics" che si terrà a Roma verso la metà di settembre 2005:
.....<http://www.mat.uniroma1.it/~alek05>

APPLICAZIONI

Gli articoli seguenti riguardano alcune specifiche applicazioni ottenute dai componenti del progetto. Sebbene le conseguenze pratiche non possano essere garantite da questo progetto, ci sono potenziali interazioni tra gli aspetti teorici e applicativi del programma di ricerca. Una di queste, la relazione tra la vibrazione dei materiali e la teoria spettrale, è già stata evidenziata in precedenza.

[11] A. Ratto, F. Bertolino: On the Bayesian Inference of the Hardy-Weinberg equilibrium model, in Applied Bayesian Statistics, Studies in Biology and Medicine, Kluwer, 2003, pp 35-46

[12] M. Andreuzzi, M. Ascenzi, J. Kabo: Mathematical modeling of human secondary osteons, Scanning 26 (2004), 25-35

[13] G. Franzoni, M. Lampis: Building models of surfaces by Rapid Prototyping, Proceedings 7th SIMAI conference, Venice 2004, World Scientific, in corso di stampa.

Il libro seguente tratta diversi aspetti della teoria delle superfici, descritti nella Sottosezione IIIId, e non solo stimolerà nuove idee e tecniche di visualizzazione dello spazio 3-dimensionale ma fornirà anche un valido materiale didattico:

[14] A. Gray: Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, third edition by E. Abbena and S. Salamon, CRC Press, in preparazione.

Testo inglese

INTRODUCTION

The five units of this project all formed part of the 2002 Italian COFIN programme "Geometrical Properties of Real and Complex Manifolds". A meeting of the same title was incidentally organized in Palermo in 2002 by R. Grimaldi (in the L'Aquila unit) to highlight the contributions of post-doctoral members of the network. Many of the papers cited in Section 2.2a below were carried out as part of that programme, or earlier ones such as COFIN 2000 and COFIN 1998. Whilst these projects undeniably underlie much of the work presented, the present proposal directs its resources towards somewhat more specific objectives.

The five units also incorporate small research groups from the Universities of Bari, Basilicata (at Potenza), Cagliari, as well as individuals from Alessandria, Camerino, Palermo, Pescara (at Chieti) and Perugia, who have established track records in the research of this project. Each group or person chose to be associated with the unit and local coordinator with whom they had closest scientific affinity.

The overall coordinator, Simon Salamon, now full time in Turin, was the principal organizer of an intensive research trimester entitled "Differential Geometry and Topology" at the De Giorgi Center in Pisa from September to November 2004. He was assisted in this task by S. Donaldson (London), P. Gauduchon (Paris) and C. LeBrun (Stony Brook), and as a result the event was characterized by a successful combination of national and international participation; full details can be found under the Past Activities menu in the website

.....<http://www.crm.sns.it>

The trimester helped to focus attention on some of the problems discussed in Section 2.3 below, particularly with regard to

.....I. SPECIAL STRUCTURES

.....II. EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS

But, as we shall argue, topics under these two headings interact strongly with those in

...III. GEOMETRY OF SUBMANIFOLDS

...IV. CONTACT AND CR GEOMETRY

that reflect the expertise of the various units and directions of most likely significant progress.

Some aspects of the proposal reflect themes developed during the international conference "Curvature in Geometry" (in honour of Lieven Vanhecke) held in Lecce in 2003, with proceedings

[1] O. Kowalski, E. Musso, D. Perrone (editors): *Complex, Contact and Symmetric Manifolds*, Progress in Mathematics 234, Birkhauser 2005.

This included some major contributions to the theory of submanifolds and contact structures (III and IV), as well as to computer visualization (mentioned in the Applications).

Many persons involved in this project played an active part in the EDGE (European Differential Geometry Endeavour) research training network HPRN-CT-2000-00101. In particular, M. Pontecorvo (listed under L'Aquila) was the coordinator for the Italian node. Relevant scientific exchanges took place at an EDGE conference and summer school in Edinburgh in 2002, and the Mid-Term Review organized by S. Salamon in Pisa in early 2003.

TECHNICAL BACKGROUND

We shall briefly discuss the scientific background for each of the four headings in turn. In the process we cite a few older papers of members of the group to highlight the history of various problems and past collaborations. This also serves to complement the compilation of more recent papers in Section 2.2a.

I. SPECIAL STRUCTURES

This heading refers to the various geometrical objects or "flesh" imposed on a differentiable manifold to render it suitable for consumption and application. Most, but not all, of these structures that we propose to study fall within the scope of Riemannian geometry, as indicated in the overall project title. In practice, this means that the manifolds will carry a metric tensor and a means to measure angles and lengths, that provides an affinity with ordinary 3-dimensional space. It is this property that distinguishes our work from more purely complex or topological aspects of manifold theory.

Many of the special structures in question are determined by a connection and its holonomy group. The most familiar class of such spaces are Kaehler manifolds, in which complex and Riemannian properties are closely intertwined. This project gives particular emphasis to the related class of hyperkaehler and quaternion-Kaehler manifolds. Quaternions have attained great popularity through their effective parametrization of the group of rotations (an internet search of "quaternion rotation" now reveals hundreds of entries, many related to computer games). Their modern application to differential geometry dates from work carried out both in Rome and in Oxford in the 1970's, and current problems are also of interest to algebraic geometers and theoretical physicists:

[2] C.R. LeBrun, S. Salamon: Strong rigidity of positive quaternion-Kaehler manifolds, *Invent. Math.* 118 (1994), 109-13

Other special structures include the exceptional holonomy groups, especially that of G_2 metrics on a 7-dimensional manifold. The later may be viewed as an extension of a Calabi-Yau manifold in 6 dimensions, and is another theme with close links to algebraic geometry.

II. EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS

Many classical differential operators have immediate extensions within the context of Riemannian geometry. The action of the Laplacian on differential forms not only provides a direct link with topology, but also an important way of distinguishing Riemannian manifolds. The Dirac operator is perhaps even more fundamental, and its properties have been studied by various members of the project from different points of view. However, the resulting spectral theory is an established research theme for the Rome unit:

[3] M. Bordoni: Spectral estimates for Schroedinger and Dirac-type operators on Riemannian manifolds, *Math. Ann.* 298 (1994), 693-718.

The study of explicit Einstein metrics can justifiably be inserted under Heading II. Whilst the field equations of general relativity involve a Lorentzian tensor in 4 dimensions, Riemannian geometry allows for the study of positive-definite Einstein metrics in arbitrary dimensions. When it comes to the construction of explicit examples, there are a number of common techniques available.

It is generally easier to find Einstein metrics with extra symmetry and/or an additional property. Metrics with exceptional holonomy automatically have zero Ricci tensor, and certain G_2 connections with torsion will solve more general equations of field theory. Discovery of the early exceptional holonomy metrics in

[4] R.L. Bryant, S. Salamon: On the construction of some complete metrics with exceptional holonomy, *Duke Math. J.* 58 (1989), 829-850

was in fact partly motivated by the paper

[5] S. Marchiafava: Alcune osservazioni sui gruppi di Lie G_2 e $Spin(7)$ candidati a gruppi di ologonomia, *Ann. Mat. Pura Appl.* 129 (1981), 247-264.

This project includes studies of Kaehler-Einstein metrics, their automorphism groups, and a whole class of cohomogeneity one geometries. Examples of extremal Kaehler metrics are the subject of much international attention. The Pisa programme, mentioned above, emphasized the importance of gradient and Ricci flow methods within Riemannian geometry, and pointed to the more general study of Ricci solitons. The heat equation has also been the source of fruitful research in work by both the Florence and Rome units.

III. GEOMETRY OF SUBMANIFOLDS

Motivation for the section on submanifolds arises from a number of independent sources. Above all, it provides a generalization of the theory of minimal surfaces in 3-space, familiar to many mathematics graduates. Significant problems remain for surfaces with zero or constant mean curvature in 3 or more dimensions. Work by the unit in L'Aquila focusses in part on the equivalence problem for submanifolds, often tied in with conformal geometry:

[6] G.R. Jensen, E. Musso: *Rigidity of Hypersurfaces*, Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. Paris 27 (1994), 227-248

Whilst the classification of holonomy groups is by and large complete for manifolds, an interesting variation is the realization problem for submanifolds of various model spaces. A basis for the proposed research in this area by the units in Turin and Rome comes from the monograph [45] and papers focussing on the case of Kaehler submanifolds of complex projective space. This work emphasizes the role of the isotropy representation of symmetric spaces, a theme common to

[7] F. Podestà, G. Thorbergsson: *Polar actions on rank-one symmetric spaces*. J. Differ. Geom. 53 (1999), 131-175.

A basic existence question concerns the realization of hypersurfaces with assigned second fundamental form inside a particular type of ambient space. Work on mirror symmetry and the SYZ conjecture has emphasized the importance of constructing holonomy $SU(3)$ metrics around special Lagrangian submanifolds. Both questions can be tackled with the theory of exterior differential systems, and expertise in this area built up in L'Aquila.

****IV. CONTACT AND CR GEOMETRY****

This subject interacts in a number of ways with the topics discussed above, but at the same time represents an independent section whose methods are common to those of the project.

Sasakian structures provide a natural odd-dimensional generalization of Kaehler geometry, and examples occur in the construction of Einstein metrics. There is an important study of CR structures on hypersurfaces of Kaehler-Einstein manifolds that has already helped to classify metrics studied under Heading II.

Many important problems remain in the 3-dimensional case, that is both the source for various generalizations and for problems relating curvature and topology:

[8] D. Perrone, S.I. Goldberg: *Contact 3-manifolds with positive curvature*, Contemp. Math. 127 (1992), 59-68.

Contact geometry provides a valid setting for the study of harmonic maps and morphisms, with links to Lorentzian geometry. It allows one to generalize well-known analysis on the Heisenberg group, and associated CR structures give rise to a theory of connections with parallels to the Hermitian-Einstein situation.

Other questions deal with foliations, the structure of associated fibre bundles and their symmetry groups. The interest of members in Bari in extending concepts from Hermitian geometry is to some small extent based on the earlier collaboration

[9] L. Falcitelli, A. Farinola, S. Salamon: *Almost Hermitian Geometry*, Differ. Geom. Appl. 4 (1994), 259-282.

*****EXISTING COLLABORATIONS*****

Members and groups within the project have established a widespread network of worldwide collaborations. Many of these were established under previous Italian COFIN projects mentioned above, and details can be found in the submissions of each unit. Here we include only a selection of names that have cropped up in relation to the work of two or more separate units or other groups in Italy:

D. Alekseevsky (Hull and Moscow)
D. Blair (Michigan)
C. Boyer (Albuquerque)
D. Calderbank (Edinburgh)
A. Fujiki (Osaka)
K. Galicki (Albuquerque)
O. Hijazi (Nancy)
S. Ivanov (Sofia)
F. Mercuri (Campinas)
C. Olmos (Cordoba)
P. Pansu (Orsay)
H. Pedersen (Odense)
Y-S. Poon (Riverside)
H. Rosenberg (Paris)
J. Seade (Cuernavaca)
A. Swann (Odense)
G. Thorbergsson (Cologne)
L. Vanhecke (Leuven)

The first merits special attention, for Dimitri Alekseevsky has provided the inspiration for many of the individual research topics that help to underpin this project. He has collaborated with its members under all the headings of this proposal, serving to illustrate the interaction between different areas; to cover I, II, III, IV it suffices to quote

[10] D.V. Alekseevsky, S. Marchiafava, M. Pontecorvo: Compatible complex structures on almost quaternionic manifolds, *Trans. Amer. Math. Soc.* 351 (1999), 997-1014,

and the respective papers [27], [44], [61]. These collaborations, together with Alekseevsky's work with physicist colleagues, will be celebrated in the international conference "Symmetry in Geometry and Physics" already set up to take place in Rome in mid September 2005:

.....<http://www.mat.uniroma1.it/~alek05>

APPLICATIONS

The following papers concern a number of specific applications coauthored by persons listed in the project. Whilst such spin-offs cannot be predicted by the present project, there are potential areas of intersection between theoretical and applied aspects of the work proposed. One of these has already been mentioned, namely the relationship between vibration of materials and spectral theory.

[11] A. Ratto, F. Bertolino: On the Bayesian Inference of the Hardy-Weinberg equilibrium model, in *Applied Bayesian Statistics, Studies in Biology and Medicine*, Kluwer, 2003, pp 35-46

[12] M. Andreuzzi, M. Ascenzi, J. Kabo: Mathematical modeling of human secondary osteons, *Scanning* 26 (2004), 25-35

[13] G. Franzoni, M. Lampis: Building models of surfaces by rapid prototyping, *Proceedings 7th SIMAI conference, Venice 2004*, World Scientific, in press.

Material in the following volume relates directly to topics on surface theory in IIIId. It will provide new ideas and techniques for computer visualization in 3-space, as well as valuable teaching material:

[14] A. Gray: *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*, third edition by E. Abbena and S. Salamon, CRC Press, in progress.

2.2.a Riferimenti bibliografici

Segue l'elenco di un'accurata selezione di articoli dei membri del progetto tutti pubblicati (tranne pochissime eccezioni) tra il 2001 e il 2005.

I. STRUTTURE SPECIALI

[15] E. Abbena, S. Garbiero, S. Salamon: Almost Hermitian geometry on 6-dimensional nilmanifolds, *Ann. Sc. Norm. Sup.* 30 (2001) 147-170

[16] C.P. Boyer, D.M. Calderbank, K. Galicki, P. Piccinni: Toric self-dual Einstein metrics as quotients, *Comm. Math. Physics*, 253 (2005), 337-370

[17] G. De Cecco, G. Palmieri: Asymptotically equal generalized distances: induced topologies and p-energy of a curve, *Beitrage Alg. Geom.* 42 (2001), 325-339

[18] I.G. Dotti, A. Fino: Hyperkaehler torsion structures invariant by nilpotent Lie groups, *Class. Quant. Gravity* 19 (2002) 551-562

[19] A. Fino, M. Parton, S. Salamon: Families of strong KT structures in six dimensions, *Comment. Math. Helv.* 79 (2004), 317-340

[20] A. Fino, H. Pedersen, Y.S. Poon, M. Weyse Sorrensen: Neutral Calabi-Yau structures on Kodaira manifolds, *Comm. Math. Phys.* 248 (2004) 255-268

[21] A. Fujiki, M. Pontecorvo: On Hermitian geometry of complex surfaces, in *Complex, Contact and Symmetric Manifolds*, *Progr. Math.* 234, Birkhauser, 2005, pp 153-163

[22] A. Gori, F. Podestà: A note on the moment map on compact Kähler manifolds, *Ann. Global Anal. Geom.* 26 (2004), 315-318

[23] A. Loi, C. Arezzo: Moments maps, scalar curvature and quantization of Kaehler manifolds, *Comm. Math. Phys.* 243 (2004), 543-559

[24] P. Piccinni, I. Vaisman: Foliations with transversal quaternionic structure, *Ann. Mat. Pura Appl.* 180 (2001), 303-330

[25] E. Prato: Simple non-rational convex polytopes via symplectic geometry, *Topology* 40 (2001), 961-975

[26] A. Spiro, The Hermitian connection and the Jacobi fields of a complex Finsler manifold, *Differential Geom. Appl.*, 16 (2002), 183-201

II EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA

- [27] D.V. Alekseevsky, S. Marchiafava, M. Pontecorvo: Spectral properties of the twistor fibration of a quaternion Kaehler manifold, *J. Math. Pures Appl.* 79 (2000), 95-110
- [28] V. Apostolov, S. Salamon: Kaehler reduction of metrics with holonomy G_2 , *Commun. Math. Phys.* 246 (2004), 43-61
- [29] C. Arezzo, A. Loi: Quantization of Kaehler manifolds and the asymptotic expansion of Tian-Yau-Zelditch', *J. Geom. Phys.* 867 (2002), 1-13
- [30] F. Bonechi, N. Ciccoli, M. Tarlini: Non commutative instantons on the 4-sphere from quantum groups, *Comm. Math. Phys.* 226 (2002), 419-432
- [31] M. Bordoni, O. Hijazi: Eigenvalues of the Kaehler Dirac operator, *Lett. Math. Phys.* 58 (2001), 7-20
- [32] G. Calvaruso: Spectral geometry of the Jacobi operator of totally real submanifolds of $Q\mathbb{P}^n$, *Tokyo J. Math.* 28 (2005), 109-125
- [33] G. D'Ambra, A. Loi: Inducing connections on $SU(2)$ -bundles, *J. Geom. Topol.* 3 (2003), 65-88
- [34] S. Dragomir, T. Ichiyama, H. Urakawa, Yang-Mills theory and conjugate connections, *Differ. Geom. Appl.* 18 (2003), 229-238
- [35] A. Fino, G. Grantcharov: On some properties of the manifolds with skew symmetric torsion and holonomy $SU(n)$ and $Sp(n)$, *Adv. in Math.* 189 (2004), 439-450
- [36] A. Fedeli, A. Le Donne: The fine structure of strong disconnectedness properties, *Chaos Solitons Fractals* 23 (2005), 677-682
- [37] L. Funar, R. Grimaldi: The ends of manifolds with bounded geometry and linear growth, *Geom. Dedic.* 104 (2004), 139-148
- [38] R. Grimaldi, P. Pansu, Remplissage et surfaces de revolution, *Journ. Math. Pures Appl.* 82 (2003), 1005-1046
- [39] G. Minervini, Reese F. Harvey: Morse-Novikov theory and cohomology with forward supports, *math.DG/0212295*, *Math. Ann.*, to appear
- [40] F. Podestà, A. Spiro: New examples of almost homogeneous Kaehler-Einstein manifolds, *Indiana Univ. Math. J.* 52 (2003), 1027-1074
- [41] A. Sambusetti: Growth tightness of free and amalgamated products, *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* 35 (2002), 477-488
- [42] A. Savo, Guerini: Eigenvalue and gap estimates for the Laplacian acting on p -forms, *Trans. Amer. Math. Soc.* 356 (2004), 319-344
- [43] F. Zuddas: Some finiteness results for groups with bounded algebraic entropy, *C.R. Acad. Sci. Paris* 338 (2004), 915-920

****III. GEOMETRIA DELLE SOTTOVARIETA'****

- [44] D.V. Alekseevsky, A.J. Di Scala: The normal holonomy group of Kaehler submanifolds, *Proc. London Math. Soc.* 89 (2004), 193-216
- [45] J. Berndt, S. Console, C. Olmos: Submanifolds and Holonomy, *Research Notes in Math.* 434, CRC Press, 2003
- [46] R. Caddeo, S. Montaldo, C. Oniciuc: Biharmonic submanifolds in spheres, *Israel J. Math.* 130 (2002), 109-123
- [47] G. Calvaruso, O. Kowalski, R.A. Marinosci: Homogeneous geodesics in solvable Lie groups, *Acta Math. Hungarica* 101 (2003), 313-322
- [48] G. D'Ambra, M. Datta: C^1 -isometric immersions for pairs of Riemannian metrics, *Asian J. of Math.* 6 (2002), 373-384
- [49] G. D'Ambra, A. Loi: A symplectic version of Nash's C^1 -isometric imbedding theorem, *Differ. Geom. Appl.* 16 (2002), 167-179
- [50] A.J. Di Scala: Minimal immersions of Kähler manifolds into Euclidean spaces. *Bull. London Math. Soc.* 35 (2003), 825-827
- [51] A.J. Di Scala, C. Olmos: Submanifolds with curvature normals of constant length and the Gauss map. *J. Reine Angew. Math.* 574 (2004), 79-102
- [52] U. Hertrich-Jeromin, E. Musso, L. Nicolodi: Geometry of constant mean curvature one surfaces in hyperbolic space, *Ann. Global Ann. Geom.* 19 (2001), 185-205
- [53] D. Matessi: Some families of special Lagrangian tori, *Math. Ann.* 325 (2003), 211-228
- [54] S. Montaldo, I.I. Onnis, Invariant CMS surfaces of $H^2 \times \mathbb{R}$, *Glasgow Math. J.* 46 (2004), 311-321
- [55] E. Musso, J. Grant: Coisotropic variational problems, *J. Geom. Physics* 50 (2004), 303-338

- [56] E. Musso, L. Nicolodi: *The Bianchi-Darboux transform of L-isothermic surfaces*, *Intern. J. Math.* 11 (200), 911-924
- [57] B. Nelli, H. Rosenberg: *Global properties of constant mean curvature surfaces in $H^2 \times \mathbb{R}$* , *Pacific Math. J.*, to appear
- [58] F. Podestà, G. Thorbergsson: *Coisotropic actions on compact homogeneous Kaehler manifolds*, *Math. Zeit.* 243 (2002), 471-490
- [59] A. Spiro: *The Ricci tensor of an almost homogenous Kaehler manifold*, *Adv. Geom.* 3 (2003), 387--422
- [60] L. Verdiani: *Cohomogeneity one manifolds of even dimension with strictly positive sectional curvature*, *J. Differ. Geom.* 68 (2004), 31-72

****IV. GEOMETRIA DI CONTATTO E CR****

- [61] D.V. Alekseevsky, A. Spiro: *Compact homogeneous CR manifolds*, *J. Geom. Anal.* 12 (2002), 183--201
- [62] G. Bande, *Couples contacto-symplectiques*, *Trans. Amer. Math. Soc.* 355 (2003), 1699-1711
- [63] G. Bande, P. Ghiggini, D. Kotschick: *Stability theorems for symplectic and contact pairs*, *Int. Math. Res. Not.*, 68 (2004), 3673-3688
- [64] E. Barletta: *Hormander systems and harmonic morphisms*, *Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa* 2 (2003), 379-394
- [65] E. Barletta, S. Dragomir, *Differential equations on contact Riemannian manifolds*, *Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa* 30 (2001), 63-96
- [66] L. Di Terlizzi, J. Konderak, A. Pastore: *On the flatness of a class of metric f-manifolds*, *Bull. Belgian Math. Soc.* 10 (2003), 461-474
- [67] S. Dragomir, S. Nishikawa, *Foliated CR manifolds*, *J. Math. Soc. Japan*, 56 (2004), 1031-1068
- [68] I. Gherghe, A. Pastore: *CR-manifolds, harmonic maps and stability*, *J. Geometry* 71 (2001), 42-53
- [69] J. Konderak, R. Wolak: *Transversally harmonic maps between manifolds with Riemann. foliations*, *Quart. J. Math.* 54 (2003), 335-354
- [70] A. Lotta, M. Nacinovich: *On a class of symmetric CR manifolds*, *Adv. Math.* 191 (2005), 114-146
- [71] P. Matzeu: *Almost contact Einstein-Weyl structures*, *Manuscr. Math.* 108 (2002), 275-288
- [72] D. Perrone: *Harmonic characteristic vector fields on contact metric three-manifolds*, *Bull. Austral. Math. Soc.* 67 (2003), 305-315
- [73] D. Perrone: *The rough Laplacian and harmonicity of Hopf vector fields*, *Ann. Global Anal. Geom.*, to appear

2.3 Descrizione del Programma di Ricerca e del ruolo delle Unità operative locali

Descrizione del Programma di Ricerca

Testo italiano

Questa descrizione consiste nella discussione di ogni singolo argomento. Maggiori dettagli si trovano nei programmi di ricerca di ciascuna unità. Inseriremo la sottosezione "Interazioni" per descrivere i principali collegamenti tra le quattro sezioni, prima di delineare i compiti unità per unità.

****I. STRUTTURE SPECIALI****

Le strutture speciali comprendono vari tipi di varietà quaternioniche e quelle provenienti dall'olonomia eccezionale. Un loro studio dettagliato comporta metodi che non rientrano strettamente nella geometria Riemanniana. Il metodo più importante è forse la tecnica della riduzione simplettica, basato sullo studio dell'applicazione momento. Le singolarità sono intrinseche alle soluzioni di molte equazioni differenziali, significative da un punto di vista geometrico. È stata inserita una sottosezione che comprende strutture non-Riemanniane, come gli spazi di Finsler, e altri approcci che estendono il concetto di distanza.

Ia. Geometria quaternionica ed ipercomplessa

In questo progetto porremo l'enfasi sull'uso della geometria quaternionica nella costruzione di particolari quozienti e sottovarietà di spazi modello. Questa sottosezione riguarda principalmente l'uso di costruzioni quoziente; le sottovarietà verranno considerate nella sottosezione IIb.

Le versioni quaternioniche della riduzione simplettica hanno contribuito in modo significativo alla descrizione di metriche note e ne

hanno permesso la costruzione di nuove. In questo progetto useremo tali tecniche per determinare e classificare:

....(i) nuove metriche di Einstein in dimensione dispari su varietà 3-Sasakiane compatte, basandosi su [10,16];

....(ii) varietà auto-duali di Einstein in dimensione 4 [21], o orbifold aventi un assegnato gruppo di isometria,

...(iii) nuove strutture iperkahleriane con torsione (HKT) e strutture ipersimpletliche [18,20].

La ricerca descritta in (i) metterà in risalto i legami con le geometrie eccezionali, definite dall'azione di G_2 e $Spin(7)$ sulle loro rispettive orbite coaggiunte nilpotenti. Questo aspetto è collegato con lo studio di nuove metriche Kaehleriane estremali [40], e con la descrizione delle funzioni potenziale iperkaehleriane.

Un altro obiettivo, che mette in relazione la geometria simpletlica con quella quaternionica, è di ottenere la classificazione delle varietà di dimensione 8 dotate di una 4-forma quaternionica chiusa. Gli unici esempi noti provengono da nilvarietà di dimensione 6 descritte in [15,19]. Prevediamo di ottenere nuove classi collegate agli spazi di dimensione 7 con struttura G_2 o a strutture di contatto generalizzate.

Ib. Metriche conformemente parallele

Le tecniche di riduzione, ricordate in precedenza nella sottosezione Ia, possono essere applicate con successo alla costruzione di varietà localmente conformemente Kaehleriane (LCK). Questo argomento è di particolare interesse, nel caso della dimensionale 4, per le superfici complesse di tipo VII₀ che non ammettono metriche Kaehleriane [21]. Useremo la teoria dei twistor [27] per costruire nuove metriche Hermitiane anti-auto-duali su tali superfici; questo obiettivo può essere considerato come un'estensione geometrica della classificazione di Kodaira delle superfici complesse. Un'attenzione particolare sarà riservata alle relative forme di Lee (che possono essere o meno parallele) ed alle strutture di Vaisman [24]. Uno studio analogo, dal punto di vista delle fogliazioni, riguarderà le strutture LCK, o più propriamente le strutture conformemente piatte, in dimensione superiore.

Si possono mettere in relazione due approcci diversi alla costruzione di metriche esplicite con ologonomia eccezionale. Il primo, basato sulle equazioni di evoluzione, ha consentito la costruzione esplicita di metriche con ologonomia G_2 su prodotti di nilvarietà con un retta [28]; alcuni suoi aspetti saranno considerati nella Sezione IIa. Il secondo si basa sul fatto che, in molti esempi standard, le strutture conformi che si ottengono sono invarianti rispetto ad un gruppo risolubile. In un problema analogo in dimensione 4 esistono relazioni con le cosiddette metriche Kaehleriane speciali, derivanti dai sistemi integrabili. Una comprensione di tali tipi di geometrie sarà usata per trovare nuove metriche con ologonomia eccezionale, in particolare nel caso di $Spin(7)$.

Ic. Geometria dell'applicazione momento

Questa sottosezione è dedicata alle applicazioni di tecniche simpletliche e di azioni di gruppi. Uno dei più importanti sviluppi recenti è stato l'applicazione della riduzione simpletlica in dimensione infinita, spesso ad un livello puramente formale. L'interpretazione della curvatura scalare in termini della mappa momento ha avuto un ruolo chiave nella teoria delle metriche Kaehleriane estremali, svilupperemo questa teoria seguendo il lavoro [23]. Studieremo metriche bilanciate su varietà non compatte ed estensioni di altre tecniche ad alcune varietà polarizzate.

Nel caso classico dell'azione Hamiltoniana su una varietà Kaehleriana, proseguiamo una ricerca in termini dell'immagine della mappa momento [22], estendendola al caso iperkaehleriano. Un ulteriore studio riguarda il contesto più generale in cui ogni politopo convesso semplice è immagine della mappa momento di uno spazio simpletlico [25]. Tuttavia, questo richiede l'esame dei cosiddetti quasifolds e di spazi non-Hausdorff, di cui anche semplici esempi possono risultare sorprendentemente complicati.

Id. Metriche pseudo-Riemanniane e distanze generalizzate

L'intero progetto include lo studio di varie metriche pseudo Riemanniane. Quest'ultime nascono in modo naturale in molte costruzioni citate in precedenza, ad esempio nella teoria delle strutture ipersimpletliche [20]. D'altra parte, le metriche Lorentziane hanno un ruolo importante nella teoria delle varietà CR e delle mappe armoniche, trattate nella Sezione IV.

In questa sottosezione, pensiamo di consolidare lo studio degli spazi di Finsler [26] e delle varietà di Lipschitz [17], la cui analisi proviene da un tentativo di superare le difficoltà dovute alla presenza di singolarità che si presentano in modo naturale, per lo meno in alcuni fenomeni della fisica. Concetti differenziabili, come quelli provenienti dalle geodetiche, possono essere tradotti in un contesto metrico più generale. Potrebbero anche esserci caratteristiche comuni allo studio dei quasifold, intrapreso nella sottosezione Ic.

****II. EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA****

Questa sezione vuole tener conto della notevole influenza che la fisica matematica e la fisica teorica hanno avuto nell'individuare molti filoni di ricerca nel campo della geometria differenziale contemporanea. Persino campi di ricerca che evidentemente avevano un background di carattere puramente matematico, come quelli relativi all'ologonomia ridotta e alla teoria spettrale, hanno subito notevoli trasformazioni e hanno conseguentemente ottenuto notevoli progressi nella loro fruttuosa applicazione a problemi fisici.

IIa. Metriche di Einstein ed equazioni di evoluzione

Questa sottosezione include molti dei problemi che verranno considerati in relazione alle varietà di Kaehler-Einstein e ad altre metriche con ologonomia ridotta. L'esistenza di metriche di Kaehler-Einstein su varietà compatte [40] verrà estesa, almeno sotto l'ipotesi di esistenza di un ampio gruppo di automorfismi, al caso di solitoni Kaehler-Ricci, i quali compaiono nella teoria del flusso di Ricci. Analoghi problemi riguardano la costruzione di metriche di Kaehler a curvatura scalare costante, problemi questi correlati con l'approccio tramite mappa momento come menzionato in I.

Si ricercano poi metriche esplicite con gruppo di ologonomia uguale a G_2 in dimensione 7 usando tecniche tipo quoziente [28]. Si possono inoltre trovare delle soluzioni che coinvolgono le funzioni di Airy partendo da una 4-varietà munita di varie forme

differenziali chiuse; troveremo ulteriori soluzioni di questo tipo risolvendo l'equazione di evoluzione del secondo ordine associata e studieremo la geometria e la topologia dei quozienti S^1 di metriche complete con olonomia G_2 e $Spin(7)$. La teoria delle stringhe, o meglio la sua unificazione 11-dimensionale, ha portato alla costruzione di metriche eccezionali con un nuovo comportamento asintotico, stigmatizzando allo stesso tempo l'importanza delle singolarità nei modelli dei sistemi delle particelle elementari. Si intende includere in questo capitolo lo studio di tali metriche.

IIb. Connessioni e teoria di Yang-Mills

Nello stesso spirito con cui le metriche Hermitiane generalizzano quelle Kaehleriane, esistono delle classi speciali di G -strutture il cui tensore di torsione è un 3-forma chiusa; queste includono la geometria Kaehleriana con torsione [19], la cosiddetta connessione di Bismut e versioni analoghe per le strutture G_2 e quaternionali [18]. Esistono delle interessanti relazioni con la recente teoria delle strutture Kaehleriane e simplettiche generalizzate, la quale pone su un medesimo piano le strutture simplettiche e complesse.

Le equazioni di Yang-Mills intervengono in varie sezioni del progetto, non ultima la teoria dell'olonomia ridotta. Alcuni membri studieranno la quantizzazione dei fibrati istantoni e varietà di Poisson [30], esempi provenienti dalle strutture di Einstein-Weyl e CR nonché la teoria delle connessioni su supervarietà.

IIc. Teoria spettrale degli operatori differenziali

Un gruppo all'interno dell'unità di Roma concentrerà i propri studi sulla teoria spettrale degli operatori di Laplace e Dirac, con particolare attenzione allo spazio totale di fibrati; la curvatura media delle fibre svolge un ruolo importante e mostra agganci con la Sezione III. La teoria delle sottovarietà compare anche nello studio dello spettro:

.....(i) del Laplaciano su p -forme [42] e

.....(ii) dell'operatore di Jacobi di un'immersione isometrica [32].

Questi argomenti di ricerca rappresentano un terreno inesplorato sul quale saranno indirizzate le competenze di alcuni membri di questo progetto.

IId. Crescita e problemi isoperimetrici

Questa sottosezione riguarda in un certo senso la parte più "pura" di geometria Riemanniana all'interno del progetto, in quanto tratta delle proprietà e degli invarianti degli spazi a curvatura negativa in relazione con la teoria geometrica dei gruppi [41,43]. Si continuerà ad indagare il funzionale Entropia Volumica, nonché gli spazi per i quali tale funzionale assume valori vicini al minimo. Altre questioni riguardanti la crescita compaiono anche nello studio dei profili isoperimetrici e della loro regolarità [38] nonché delle "ends" di varietà [37].

La teoria del caos pervade molte branche della matematica, non ultima la geometria Riemanniana. A Morse si deve negli anni '20 la scoperta del comportamento caotico delle geodetiche su superfici a curvatura negativa, mentre Li e Yorke nel 1975 hanno dato inizio ad una fase più recente della teoria del caos. Con la moderna simulazione al computer, è importante sapere che certi risultati corrispondono a effettive soluzioni; tecniche analoghe [36] possono essere di aiuto ad altri gruppi all'interno del progetto. Ulteriori sviluppi della teoria di Morse verranno investigati all'interno dell'unità di Roma [39].

****III GEOMETRIA DELLE SOTTOVARIETÀ****

Questa sezione intende applicare la teoria astratta di esistenza, basata su un macchinario di natura differenziale e algebrica, a problemi di realizzazione di grande e attuale interesse. Essa incorpora aspetti della teoria delle strutture geometriche speciali che (come spiegato nel sottoprogetto di Torino) sono in un certo senso caratterizzate dalle classi di sottovarietà che loro contengono. Inoltre intende affrontare alcuni problemi classici concernenti le superfici nello spazio 3-dimensionale.

IIIa. Sistemi differenziali esterni ed esistenza in astratto

La teoria dei sistemi differenziali esterni fu scoperta da E. Cartan e, attraverso la sua utilizzazione in chiave moderna dovuta a R. Bryant e altri, rimane centrale nel trattare molti problemi di geometria differenziale. In questo progetto, tale teoria verrà applicata a vari problemi che riguardano la teoria delle superfici e delle ipersuperfici dello spazio euclideo e molte altre varietà. Questo approccio permetterà l'uso delle tecniche algebriche di Lie e ha agganci con i sistemi integrabili e la teoria dei solitoni.

Tra le applicazioni si annovera lo studio delle superfici di Willmore, le superfici proiettivamente minimali, le loro deformazioni e trasformate [56]. Risulta anche affrontabile da questo punto di vista lo studio delle superfici "inclusive" negli spazi quaternionico-Kaehleriani (caratterizzate dall'avere spazi tangenti invarianti per qualche struttura complessa subordinata), nonché delle sottovarietà speciali Lagrangiane di spazi Calabi-Yau, già considerate in IIIb. Uno studio indipendente svilupperà delle tecniche correlate al lavoro di Nash e Gromov sulle immersioni isometriche, finalizzate al caso in cui vengano preservate ulteriori strutture geometriche generali [48,49].

IIIb. Sottovarietà di geometrie speciali

Il tema centrale di questa sottosezione sarà la teoria delle sottovarietà di varietà quaternionico-Kaehleriane, basata sugli spazi associati tipo spazio dei twistori e spazi 3-Sasakiani [10,27]. Questo approccio verrà usato per continuare la classificazione delle superfici "superminimali". Lo studio di sottovarietà totalmente reali o complesse di spazi proiettivi quaternionali si ritrova anche nella teoria dell'operatore di Jacobi [32] menzionata in IIc.

Lo studio delle azioni coisotrope su varietà simplettiche e delle azioni multiplicity-free su varietà Kaehleriane verrà espletato, in modo inizialmente indipendente, nelle unità di L'Aquila e di Firenze [55,58]. Un mini-progetto separato si baserà poi sulla teoria dei dischi pseudo-olomorfi nella geometria quasi complessa. Il gruppo di Torino intende studiare le ipersurfaci in varietà (soprattutto in

dimensione 5,6,7) con ologonomia ridotta, sviluppando agganci con le sottovarietà 3-dimensionali Lagrangiane [53].

IIIc. Coomogeneità ed ologonomia normale

Il filone di ricerca riguardante sottovarietà omogenee in codimensione uno interviene in molti aspetti, ma i problemi specifici che si intendono affrontare includono la costruzione di metriche a curvatura sezionale non-negativa [60] e l'ostruzione alla loro esistenza. Si presenta anche una situazione analoga nel caso di un gruppo di Lie complesso con orbite di coomogeneità uno [59] ed intendiamo individuare:

.....(i) le relazioni tra la topologia e il gruppo di automorfismi, e

....(ii) la metrica di Bergmann associata in termini espliciti.

Una domanda di natura più basilare riguarda la ricerca di ostruzioni all'esistenza di metriche a curvatura sezionale olomorfa positiva, ad esempio sulle varietà bandiera.

Nel contesto della geometria omogenea, un problema generale interessante riguarda l'individuazione degli oggetti su una varietà di laterali che risultano invarianti per l'azione del gruppo; la coomologia (di vari tipi) è il primo esempio evidente. Si può altresì investigare l'esistenza di oggetti invarianti ed intendiamo indagare in questa direzione nell'ambito delle geodetiche omogenee, la cui configurazione può aiutare a valutare le simmetrie di un sistema meccanico [47]. Una versione pseudo-Riemanniana del problema si aggancia agli esempi in Id. Per quanto riguarda lo studio dell'ologonomia normale, il lavoro principale riguarderà la determinazione delle sottovarietà Kaehleriane dello spazio proiettivo complesso (si confronti con IIIb). Questo studio userà la recente lista dei gruppi di ologonomia potenziali [44]; lo scopo è quello di classificare le sottovarietà di space forms complessi aventi un gruppo di ologonomia normale preassegnato e di affrontare problemi simili [50,51]. Questo fa parte di un consolidato programma riguardante le orbite della rappresentazione di isotropia di spazi simmetrici [7,45].

IIId. Sottovarietà minimali e mappe armoniche

Lo scopo principale di questa sottosezione è studiare superfici minimali e a curvatura media costante (CMC) nel prodotto di una superficie di Riemann (come il piano iperbolico H^2) per la retta reale. Questo argomento è stato trattato da membri delle Unità di L'Aquila e di Roma, sulla base di loro precedenti lavori [52,54,57]. Nel caso CMC, si pensa di ottenere un limite superiore sulla curvatura media per certi tipi topologici di immersione.

Un problema correlato, riguardante curve in $H^2 \times \mathbb{R}$ e nel gruppo di Heisenberg, nasce dallo studio delle mappe biarmoniche e coinvolge l'Unità di Firenze [46]. La rappresentazione di Weierstrass per superfici minime, come per superfici di Willmore ed elastiche, può essere studiata da un punto di vista analogo e ha suggerito l'uso di buone tecniche di visualizzazione nonché applicazioni [13]. L'unità studierà anche le superfici di Weingarten che generalizzano quelle a curvatura gaussiana o media costante.

Si intende anche studiare lo spazio dei moduli di superfici CMC di genere fissato nell'ambito della curvatura di Ricci positiva, nonché ipotetiche ipersuperfici minimali stabili nello spazio euclideo in dimensione bassa (ovvero meno di 8).

****IV. GEOMETRIA DI CONTATTO E CR****

Le strutture di contatto e CR costituiscono, grossolanamente parlando, l'analogo in dimensione dispari delle strutture complesse e simplettiche. Sono introdotte, in modo naturale, sulle ipersuperfici e in contemporanea sugli spazi base e sugli spazi totali di fibrati con fibre uno dimensionali, definiti in modo opportuno. Questi due tipi di strutture possono essere messe in relazione con presenza (sugli stessi spazi) di una metrica Riemanniana.

IVa. Strutture CR omogenee e simmetriche

Le strutture CR possono essere definite dal punto di vista delle G-strutture. La teoria che ne risulta (da cui seguono i famosi invarianti di Chern-Moser) è sorprendente e può essere messa in relazione, attraverso il concetto di connessione di Cartan, alla teoria di IIIa.

Il programma di ricerca prevede lo studio delle proprietà delle varietà CR omogenee e dei modelli di Cartan, usando le algebre di Levi-Tanaka [70]. Si lavorerà con la nozione più recente di spazio CR simmetrico, prestando particolare attenzione alle ostruzioni topologiche da una parte, e allo sviluppo di metriche di contatto su varietà localmente simmetriche dall'altra. Sarà, inoltre, presa in considerazione la classificazione delle orbite compatte, CR- simmetriche, su varietà di bandiera [61].

IVb. Applicazioni e morfismi armonici

Questo studio emerge dall'analisi del fibrato canonico in cerchi costruito su di una varietà CR strettamente pseudo-convessa, dotata della metrica di Fefferman (Lorentziana). Lo studio delle mappe armoniche S^1 -invarianti definite da questo spazio totale ad una varietà Riemanniana conduce allo studio dell'operatore ipoellittico di Hormander [64]. Sarà sviluppata la teoria subellittica che ne segue e sarà messa in relazione all'analisi armonica sui gruppi di Heisenberg generalizzati e agli argomenti contenuti nella sottosezione IIId.

E' ben nota una teoria parallela sui morfismi pseudo-armonici; si dovrebbe essere, perciò, in grado di sviluppare l'analogo della teoria delle mappe armoniche debolmente conformi e delle fogliazioni corrispondenti [67,69]. Tali strutture hanno interessanti geometrie Riemanniane associate, in relazione alle quali è possibile sviluppare lo studio delle mappe (bi)armoniche.

IVc. Aspetti Hermitiani e simplettici

La costruzione di Boothby-Wang consente di associare una struttura quasi Hermitiana ad una varietà CR. Possono essere così

studiate le relazioni tra la forma di Levi e il tensore di Nijenhuis, che misurano nei due casi l'integrabilità, dal punto di vista della torsione intrinseca, nozione divenuta a noi familiare dai lavori sulle strutture speciali descritti nella Sezione I. Questa corrispondenza e le problematiche relative che coinvolgono la curvatura [66] saranno sviluppate anche dal punto di vista delle submersioni tra varietà quasi-contatto e varietà quasi-Hermitiane [68]. Saranno evidenziate le relazioni con le f -strutture su distribuzioni orizzontali olomorfe, concetti familiari nella teoria dei twistors generalizzati [66].

Saranno caratterizzate le "simmetrie doppie" che esistono sulle sfere di dimensione dispari, e studiate le strutture Grassmaniane da un punto di vista analogo [71]. Uno studio locale di ipersuperfici di dimensione 5 delle varietà di Calabi-Yau svilupperà l'uso degli spinori nell'ambito CR e porterà ad appropriate generalizzazioni delle condizioni di Sasaki-Einstein che garantiscono che il cono abbia ologonomia $SU(3)$.

IVd. Fibrati, connessioni e stabilità

Il fibrato che naturalmente viene considerato nella geometria metrica di contatto è quello dei vettori tangenti unitari su di una varietà Riemanniana. Questo permette lo studio simultaneo dell'energia e del volume di un campo vettoriale di norma uno e definisce, rispettivamente, le nozioni di sezioni minime e armoniche. Verranno studiate le equazioni di Eulero-Lagrange corrispondenti che assumeranno un significato speciale per opportuni campi vettoriali, per esempio nel caso in cui la varietà base del fibrato è essa stessa una varietà Riemanniana di contatto, di dimensione 3 o superiore [72,73]. In questo caso, l'equivalenza tra l'armonicità del campo vettoriale di Reeb e il fatto che la varietà base del fibrato sia uno spazio 2-point omogeneo permane un problema aperto. Ricondurremo tale problema allo sviluppo di criteri generali per l'armonicità e a considerare teorie simili nel caso in cui la varietà base sia una varietà CR strettamente pseudo-convessa.

Potremmo dire un po' di più sul legame tra i campi di Yang-Mills su varietà CR, come accennato in IIb. Infatti, la connessione di Tanaka su un fibrato vettoriale Hermitiano CR-olomorfo su di una varietà CR strettamente pseudo-convessa è l'unica connessione di Yang-Mills avente tensore di curvatura di tipo $(1,1)$. Ci si propone di studiare, invece, le connessioni che sono punti critici del funzionale di Yang-Mills rispetto alla metrica di Fefferman (Lorentziana). Studieremo i valori al bordo di tali campi vettoriali su domini strettamente pseudo-convessi in C^n , un argomento che è collegato alle metriche di Bergmann descritte in IIc. Sarà, quindi, così ottenuta la variazione seconda e sviluppata la teoria di stabilità corrispondente.

*****INTERAZIONI*****

Si intende focalizzare l'attenzione sulle svariate interazioni e collegamenti tra le quattro sezioni in cui è stato diviso questo progetto. Pur correndo il rischio di ripetere concetti già espressi in precedenza, riassumiamo nello schema che segue le interazioni di cui sopra:

- *..Ia e IIIb* Sottovarietà di spazi quaternionici
- *..Ib e IIb* Metriche Kaehleriane estimali e G_2 orbite
- *..Ic e IIa* Curvatura scalare (Kaehleriana) e mappa momento
- *..Id e IVb* Morfismi pseudo-armonici
- *.IIb e IVd* Connessioni pseudo-Yang-Mills su varietà CR
- *.IIc e IIIb* Teoria spettrale di Jacobi su QP^n
- *IIIb e IVc* Ipersuperfici negli spazi Calabi-Yau
- *IIIc e IVa* Spazi di coomogeneità 1 con strutture CR
- *IIId e IVb* Tecniche delle mappe armoniche

Ci sono altri argomenti con potenziali interazioni che non compaiono esplicitamente nella descrizione dei programmi delle singole unità, per esempio:

-(i) varietà $SU(3)$ e G_2 con istantoni speciali associati (combinando le sottosezioni Ib e IIb);
-(ii) coomologia di varietà risolubili e teoria di Morse-Novikov (combinando le sottosezioni Ib and IIId);
- ...(iii) unificazione e analisi dei gruppi di Heisenberg (nelle sottosezioni Ib,IIId,IVc).

Ci rendiamo conto che essi sono legati al programma presentato e sono importanti nel panorama internazionale, quindi ci impegniamo ad approfondire la loro conoscenza e ad interagire in questi campi.

*****OSSERVAZIONE FINALE*****

Riteniamo utile informare i potenziali referees delle regole che governano i finanziamenti dei progetti. I progetti sono classificati sulla base dei punti assegnati dai referees. Ogni referee esamina un solo progetto, pertanto nessun confronto può essere fatto dallo stesso referee fra progetti diversi. Anche se il progetto viene classificato in fascia "A", sarà finanziato solo se la somma dei voti ricevuti dai referees supera la soglia di finanziamento. Tale soglia, in continua crescita dal 1997, è stata di circa 9.5 su 10 nel 2004. E' pertanto ragionevole supporre che un progetto che riceva un punteggio medio inferiore a 9.5 su 10 non sia finanziato.

Si ritiene, inoltre, utile sottolineare che il finanziamento, che sarà eventualmente ottenuto da questo progetto, servirà a coprire spese indispensabili per l'attività di ricerca delle persone afferenti alle unità sottoelencate.

Testo inglese

This Description will be accomplished by a discussion of the individual topics in turn; more details can be found in the submissions of each unit. We have inserted a subsection entitled "Interactions" outlining the main links between the four headings, before listing the tasks unit by unit.

****I. SPECIAL STRUCTURES****

Special structures include various types of quaternionic manifolds, and those arising from exceptional holonomy. An effective study requires methods that fall strictly speaking outside of Riemannian geometry. Perhaps the most important of these is the technique of symplectic reduction that gives rise to a study of the moment mapping in its own right. Singularities are inherent in the solution of many geometrically significant differential equations. We have included a subsection that encompasses more general non-Riemannian structures such as Finsler spaces, and other approaches that extend the concept of distance.

Ia. Quaternionic and hypercomplex geometry

The emphasis of this project will be on the use of quaternionic geometry in the construction of remarkable quotients and submanifolds of model spaces. This subsection is primarily concerned with the use of quotient constructions; work on submanifolds is covered in IIIb.

Quaternionic versions of symplectic reduction have had considerable success in describing both known metrics and furnishing new ones. In this project they will be used to find and classify:

.....(i) new Einstein metrics in odd dimensions on compact 3-Sasakian manifolds, building on [10,16];

.....(ii) 4-dimensional Einstein self-dual manifolds [21] or orbifolds with an assigned isometry group,

...(iii) new hyperkaehler with torsion (HKT) and hypersymplectic structures [18,20].

The work in (i) will highlight links with exceptional geometries defined by the action of G_2 and $Spin(7)$ on their respective complex coadjoint nilpotent orbits. This also ties in with a study of new extremal Kaehler metrics [40], and the description of hyperkaehler potential functions.

Another goal, in a field that combines symplectic and quaternionic geometry, is the classification of 8-manifolds with a closed quaternionic 4-forms. The only known examples exploit 6-dimensional nilmanifolds described in [15,19], but we expect to find new classes related to 7-dimensional G_2 spaces and contact-like structures.

Ib. Conformally parallel structures

The reduction techniques mentioned in Ia can be applied successfully in the construction of locally conformally Kaehler (LCK) manifolds. This is of particular interest in the 4-dimensional case for the complex surfaces of type VII₀ that do not carry Kaehler metrics [21]. We shall use twistor theory [27] to construct new anti-self-dual Hermitian metrics on such surfaces, in work that can be seen as a geometrical extension of the Kodaira classification of complex surfaces. A separate investigation will be made of the resulting Lee forms (which may or may not be parallel), and Vaisman structures [24]. An analogous study of LCK or rather conformally flat structures in higher dimensions will be carried out from the point of view of foliations.

Two approaches to the construction of explicit metrics with exceptional holonomy can be related. The evolution approach has been used to construct very explicit metrics with holonomy equal to G_2 on products of nilmanifolds with an interval [28], though some aspects of this will be considered in IIa. On the other hand, in many of the standard examples, the resulting conformal structures are invariant by a larger solvable group. In a similar 4-dimensional problem, there are links with so-called special Kaehler metrics arising from integrable systems. An understanding of such geometries will be used to find new metrics with exceptional holonomy, particularly in the case of $Spin(7)$.

Ic. Geometry of the moment mapping

This subsection is devoted to applications of symplectic techniques and group actions. One of the most important developments in recent years has been the successful application, often on a merely formal level, of symplectic reduction in an infinite-dimensional setting. The moment mapping interpretation of scalar curvature has played a key role in the theory of extremal Kaehler metrics, and this theory will be developed along the lines of [23]. We shall study balanced metrics on noncompact manifolds, and extensions of other techniques to certain polarized manifolds.

Returning to the basic setting of a Hamiltonian action on a Kaehler manifold, we shall continue a study in terms of the image of the moment map [22], extending this to the hyperkaehler case. A separate study involves the more general set-up whereby any simple convex polytope arises as the image of the moment map of a symplectic space [25]. However, this necessitates the study of so-called quasifolds and non-Hausdorff spaces, simple examples of which can be surprisingly complicated.

Id. Pseudo-Riemannian metrics and generalized distances

The overall project incorporates a number of disjoint studies of pseudo-Riemannian metrics. These arise naturally in many of the constructions mentioned above, for example in the theory of hypersymplectic structures [20]. On the other hand, Lorentzian metrics play an important role in the theory of CR manifolds and harmonic maps, covered in IV.

In this subsection, we hope to consolidate the work on Finsler spaces [26] and Lipschitz manifolds [17], whose study comes about in an attempt to overcome the presence of singularities which occur naturally, at least in physical situations. Differentiable notions, such as those arising from geodesics, can be transferred to more general metric settings. There may also be common features with the study of quasifolds, initiated in Ic.

****II. EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS****

This heading acknowledges the influence that mathematical and theoretical physics has had in formulating many research directions in contemporary differential geometry. Even fields that arguably had a purely mathematical background, such as those related to reduced holonomy and spectral theory, have undergone major transformation and subsequent advances in their successful

application to physical problems.

IIa. Einstein metrics and evolution equations

This subsection includes many of the problems that will be addressed concerning Kaehler-Einstein manifolds and other metrics with reduced holonomy. The existence of compact Kaehler-Einstein metrics [40] will be extended to cover the case of Ricci-Kaehler solitons that arise in the theory of Ricci flow, at least under the assumption of an ample automorphism group. Related problems concern the construction of Kaehler metrics with constant scalar curvature, related to the moment map approaches mentioned in I.

The investigation of explicit metrics with holonomy group equal to G_2 in 7 dimensions will be pursued using quotient techniques [28]. Solutions involving Airy functions can be found starting from a 4-manifold equipped with various closed differential forms. We shall find more solutions of this type by solving the associated second order evolution equation, and study the geometry and topology of S^1 quotients of complete metrics with holonomy G_2 and $Spin(7)$. String theory, or rather its 11-dimensional unification, has led to the construction of exceptional metrics with new asymptotic behaviour, whilst at the same time emphasizing the importance of singularities in modelling particle hierarchies. It is planned to include the study of these metrics in this portfolio.

IIb. Connections and Yang-Mills theory

In the same sort of way that Hermitian metrics generalize Kaehler ones, there are special classes of G -structures whose torsion tensor is a closed 3-form. This encompasses Kaehler with torsion geometry [19], the so-called Bismut connection and analogues for G_2 and quaternionic structures [18]. There are intriguing relations with the recent theory of generalized complex and Kaehler structures that puts symplectic and complex structures on an equal footing.

The Yang-Mills equations crop up in various project headings, not least in the theory of reduced holonomy. Individuals will study the quantization of instanton bundles and Poisson manifolds [30], examples arising from Einstein-Weyl and CR structures [34], and the theory of connections on supermanifolds.

IIc. Spectral theory of differential operators

A group within the Rome unit will concentrate on the spectral theory of the Laplacian and Dirac type operators, with special attention to the total space of fibre bundles. Mean curvature of the fibres as plays an important role, establishing links with Heading III. Submanifold theory also arises in the study of the spectrum of

.....(i) the Laplacian on p -forms [42], and

....(ii) the Jacobi operator of an isometric immersion [32].

These topics represent a relatively unexplored terrain to which existing expertise within the project will be directed.

Manifolds with boundary will play an essential role in studies of curvature and heat diffusion, in which algebraic techniques describe the boundary flow, and in eigenvalue problems for the Dirac operator [31].

IId. Growth and isoperimetric problems

This subsection is to some extent the "purest" part of the project's involvement in Riemannian geometry, concerning as it does properties and invariants of spaces with negative curvature related to geometrical group theory [41,43]. Work will continue on the volume entropy functional, and spaces for which it is close to a minimum. Questions of growth are also apparent in the study of (the smoothness or otherwise of) isoperimetric profiles [38] and "ends" of manifolds [37].

Chaos theory pervades many branches of mathematics, not least Riemannian geometry. It was Morse who discovered the chaotic behaviour of geodesics on surfaces of negative curvature in the 1920's, whilst Li and Yorke initiated a more recent phase of chaos theory in 1975. In modern computer simulations, it is important to know that certain output shadows actual solutions, and similar techniques [36] may be of value to other groups within the project. Developments of Morse theory will be pursued under Roman jurisdiction [39].

III. GEOMETRY OF SUBMANIFOLDS

This heading applies abstract existence theory, based on differential and algebraic machinery, to realization problems of wide current interest. It incorporates facets of the theory of special geometrical structures which (as explained in Turin's submission) are to some extent characterized by the classes of submanifolds they contain. And it addresses some traditional problems concerning surfaces in 3-dimensional spaces.

IIIa. Exterior differential systems and abstract existence

The theory of exterior differential systems was discovered by E. Cartan and, through its modern use by R. Bryant and others, remains at the heart of many problems in differential geometry. In this project, the theory will be applied to a variety of problems concerning surfaces, hypersurfaces and submanifolds of Euclidean space and other Riemannian manifolds. This approach will allow for the use of Lie algebraic techniques, and relates to integrable systems and soliton theory.

Applications will include the study of Willmore surfaces, projectively minimal surfaces, their deformations and transforms [56]. Also amenable to this approach are "inclusive" surfaces in quaternion-Kaehler spaces (characterized by tangent spaces which are invariant by some subordinate complex structure), and special Lagrangian submanifolds of Calabi-Yau spaces, already considered in IIIb.

A separate study will develop techniques related to the work of Nash and Gromov on isometric immersions, directed towards the

case in which more general geometrical structures are conserved [48,49].

IIIb. Submanifolds of special geometries

Leading the subject matter of this subsection will be the theory of Kaehler submanifolds of quaternion-Kaehler manifolds, based on their associated twistor and 3-Sasakian spaces [10,27]. This approach will be used to continue the classification of "superminimal" surfaces. Totally real and complex submanifolds of quaternionic projective space also occur in the spectral theory of the Jacobi operator [32] mentioned in IIc above.

Work on coisotropic actions on symplectic manifolds and multiplicity free actions on Kaehler manifolds will be pursued, initially independently, in both L'Aquila and Florence [55,58]. A separate mini-project will reply upon the theory of pseudo-holomorphic disks in almost complex geometry. The Turin group will investigate hypersurfaces in manifolds (particularly of dimension 5,6,7) with reduced holonomy, developing relations with 3-dimensional Lagrangian submanifolds [53].

IIIc. Cohomogeneity and normal holonomy

The field of cohomogeneous one submanifolds intervenes in many aspects of our research, but specific problems to be tackled include the construction of metrics with non-negative sectional curvature [60], and obstructions to their non existence. There are analogous issues in the case of a complex Lie group acting with orbits of cohomogeneity one [59], and we shall determine:

.....(i) relations between topology and the automorphism group;

.....(ii) the associated Bergmann metric in explicit terms.

A more basic request is to seek obstructions to the existence of homogeneous metrics with positive holomorphic sectional curvature, for example on flag manifolds.

In the context of homogeneous geometry, an interesting general problem is that of ascertaining which objects on a coset space are necessarily invariant by the group action. Cohomology (of various types) springs to mind. But there is also the question of the existence of invariant objects, and we shall pursue this for homogeneous geodesics whose configuration can help to assess the symmetries of a mechanical system [47]. A pseudo-Riemannian version of the problem relates to examples in Id.

Leading the work on normal holonomy will be the determination of Kaehler submanifolds of (in contrast to IIIb) complex projective space. This will use a newly-acquired list of potential normal holonomy groups [44]; the aim is to classify submanifolds with assigned normal holonomy in complex space forms, and to address similar problems [50,51]. This is part of an established programme that relates to orbits of the isotropy representation of symmetric spaces [7,45].

IIId. Minimal submanifolds and harmonic maps

The principal thrust in this subsection will be an investigation of minimal and constant mean curvature (CMC) surfaces that lie in the product of a Riemann surface (such as the hyperbolic plane H^2) and a real line. This question is being tackled by members of the units in both L'Aquila and Rome, building on their previous work [52,54,57]. In the CMC case, one expects an upper bound on the mean curvature for certain topological types of embedding.

A related problem, concerning curves in $H^2 \times \mathbb{R}$ and in the Heisenberg group, arises from the study of biharmonic maps and involves the Florentine unit [46]. Weierstrass representations of minimal surfaces, as well as elastic and Willmore surfaces, can be studied from a similar point of view, and have prompted the use of valuable visualization techniques and applications [13]. The unit will also study Weingarten surfaces that generalize those of constant mean or Gaussian curvature.

Studies will also take place of the moduli space of CMC surfaces of a fixed genus in the environment of positive Ricci curvature, and of hypothetical stable minimal hypersurfaces in a Euclidean space of low dimension (meaning less than 8).

****IV. CONTACT AND CR GEOMETRY****

Contact and CR structures are broadly speaking the odd-dimensional counterparts of symplectic and complex structures. They arise naturally on hypersurfaces and on both total spaces and base spaces of appropriately-defined bundles with 1-dimensional fibres. The two types of structures can be canonically related in the presence of a Riemannian metric.

IVa. Homogeneous and symmetric CR structures

CR structures can be defined from the view-point of G-structures. The resulting theory (leading to the celebrated Chern-Moser invariants) is surprisingly involved, but can be related, via the notion of Cartan connection, to the theory of IIIa.

The project will investigate properties of homogeneous CR manifolds and Cartan models, using Levi-Tanaka algebras [70]. We shall work with the more recent notion of CR symmetric spaces, paying special attention to topological obstructions on the one hand, and a development of the notion of contact metric locally symmetric manifold on the other. A classification of compact CR-symmetric orbits in flag manifolds [61] will also be undertaken.

IVb. Harmonic maps and morphisms

This study starts from the canonical circle bundle a strictly pseudoconvex CR manifold, equipped with the Fefferman (Lorentzian) metric. The study of S^1 -invariant harmonic maps from this total space to a Riemannian manifold leads to the study of a hypoelliptic Hormander operator [64]. We shall develop the resulting subelliptic theory, and relate it to harmonic analysis on generalized Heisenberg groups, and topics in IIId.

There is a parallel theory of pseudoharmonic morphisms, and one should be able to develop analogues of the theory of horizontally weakly conformal harmonic maps and corresponding foliations [67,69].

We shall also develop applications of the concept of a symplectic couple, defined by a pair of complementary closed 2-forms symplectic on the respective foliations [62,63]. Initially a topological notion, these structures have interesting associated Riemannian geometry, relative to which it is possible to study (bi)harmonic maps.

IVc. Hermitian and symplectic aspects

The Boothby-Wang construction allows one to associate an almost Hermitian structure to a CR manifold. Relations between the Levi form and Nijenhuis tensor, that are the respective measures of integrability, can be studied from the point of view of intrinsic torsion, familiar from the work on special structures in Heading I. We shall develop this correspondence and related questions involving curvature [66], also from the point of view of submersions between almost contact and almost Hermitian manifolds [68]. Relations to f -structures will focus on holomorphic horizontal distributions familiar in generalized twistor theory [66].

We shall characterize "double symmetries" that exist on odd-dimensional spheres, and investigate Grassmannian structures from a similar standpoint [71]. A local study of 5-dimensional hypersurfaces inside Calabi-Yau manifolds will develop the use of spinors in a CR setting, and seek appropriate generalizations of the Einstein-Sasaki condition that guarantees that the cone has holonomy $SU(3)$.

IVd. Bundles, connections and stability

The natural bundle to consider in metric contact geometry is the bundle of unit tangent vectors over a Riemannian manifold. This allows one to study simultaneously the energy and volume of a vector field of norm 1, and defines the respective notions of harmonic and minimal section. The corresponding Euler-Lagrange equations are well studied, and have special significance for certain distinguished vector fields, for example when the base is itself a Riemannian contact manifold of 3 or more dimensions [72,73]. In this case, it is an open question as to whether the Reeb vector field is harmonic only if the base is a 2-point homogeneous space. We shall address this by developing general criteria for harmonicity, and consider similar theory for when the base is a strictly pseudo-convex CR manifold.

We can say more at this juncture about Yang-Mills fields on CR manifolds, mentioned in IIb. The Tanaka connection on a CR-holomorphic Hermitian vector bundle over a strictly pseudoconvex CR manifold is the unique Yang-Mills connection having (1,1) curvature. One proposes instead to study connections which pull back to critical points of the Yang-Mills functional with respect to the Fefferman (Lorentzian) metric. We shall study the boundary values of such pseudo-Yang-Mills fields on a strictly pseudoconvex domain in C^n , a topic that relates to the Bergmann metrics of IIc. We shall derive the second variation formulae, and develop the corresponding stability theory.

*****INTERACTIONS*****

We have attempted to draw attention to a number of interactions between the four different headings of the project. At the risk of duplication, we summarize these in the following list:

- *..Ia and IIIb* Submanifolds of quaternion spaces
- *..Ib and IIb* Extremal Kaehler metrics on G_2 orbits
- *..Ic and IIa* Scalar (Kaehler) curvature as a moment map
- *..Id and IVb* Pseudo-harmonic morphisms
- *.IIb and IVd* Pseudo-Yang-Mills connections on CR manifolds
- *.IIc and IIIb* Spectral theory of Jacobi on QP^n
- *IIIb and IVc* Hypersurfaces of Calabi-Yau spaces
- *IIIc and IVa* Cohomogeneity 1 spaces with CR structure
- *IIId and IVb* Harmonic map techniques

There are a number of other potentially common topics that have not been mentioned explicitly in submissions of the individual units, such as

-(i) $SU(3)$ and G_2 manifolds with associated special instantons (combining Ib and IIb);
-(ii) the cohomology of solvmanifolds and Morse-Novikov theory (combining Ib and IIc);
-(iii) unification of the geometry and analysis on Heisenberg groups (in subsections Ib, IIId, IVc).

We shall make an effort to develop these topics, given that they are closely related to the project aims and the subject of global research.

*****FINAL REMARK*****

We wish to take this opportunity to inform potential referees of the practicalities governing the funding of projects. The proposals are ranked by computer on the basis of points assigned by the referees. Each referee reports on only one project, so no cross-project comparison can be made of the marks of a given referee. Even if a project receives top judgements across the board and is ranked "A" in all the answers, it will only be financed if the sum of the marks is above the funding threshold. This threshold has been increasing steadily since 1997, and was about 9.5 out of 10 in 2004. It is reasonable to suppose therefore that the project will be rejected if it receives an overall score of less than 9.5.

We also wish to emphasize that this project, if successful, will serve to fund expenses that will be essential for supporting the research of those persons listed in the five units below.

Descrizione del ruolo delle Unità operative locali

Testo italiano

Unità I Le unità sono elencate in ordine alfabetico inverso, secondo il nome della città a cui fanno capo.

SALAMON Simon Montague

Unità di TORINO

.....a...b...c...d

I.....x...x...x...x

II.....x...x.....

III.....x...x...x....

IV.....x....

Ia Geometria iperkaehleriana con torsione; varietà di dimensione 8 con forme chiuse

Ib Esempi G_2 conformi come soluzioni di equazioni di evoluzione

Ic Strutture costruite mediante la riduzione simplettica

Id Spazi Calabi-Yau con segnatura neutrale; singolarità di tipo orbifold

IIa Metriche Ricci-piatte con ologonomia eccezionale; tecniche di M-teoria

IIb Connessioni di Bismut; geometria Kaehleriana con torsione

IIIa Sistemi differenziali esterni e sottovarietà Lagrangiane speciali

IIIb Ipersuperfici di spazi Calabi-Yau e G_2 -spazi

IIIc Classificazione di sottovarietà con ologonomia normale assegnata

IVc Varietà di dimensione 5 di tipo Einstein-Sasaki

.....

Unità II

MARCHIAFAVA Stefano UNITA' di ROMA

.....a...b...c...d

I.....x.....x...x

II.....x...x...x

III.....x...x.....

IV.....x.....x....

Ia Varietà Kaehleriane quaternioniche e spazi associati.

Ic Interpretazione della curvatura scalare attraverso la mappa momento

Id Geodetiche in spazi generalizzati

IIb Fibrati istantoni quantici

IIc Spettro degli operatori di Laplace e di Dirac, varietà con bordo.

IId Crescita ed entropia

IIIa. Teoria di Nash-Gromov per immersioni particolari

IIIb Sottovarietà Kaehleriane

IVa Varietà CR simmetriche e algebre di Lie

IVc Strutture Hermitiane e strutture CR

.....

Unità III

PERRONE Domenico UNITA' di LECCE

.....a...b...c...d

I.....x.....x

II.....x.....x

III.....x...x...x

IV.....x...x.....x

Id Varietà di Lipschitz

IIc Spettro dell'operatore di Jacobi

IIIb Sottovarietà totalmente reali e complesse

IIIc Geodetiche omogenee

IVa Strutture CR omogenee

IVb Teoria subellittica di mappe armoniche; morfismi pseudo-armonici; fogliazioni CR

IVd Armonicità di campi vettoriali unitari; campi pseudo-Yang-Mills

.....

Unità IV

MUSSO Emilio UNIT di L'AQUILA

.....a...b...c...d

I.....x...x.....

II.....x.....x

III.....x...x.....x

IV.....x.....

- *Ia* Metriche anti-auto-duali su superfici di tipo VII; geometria HKT
- *Ib* Costruzione di LCK metriche mediante quozienti; casi analoghi per G_2 e Spin(7).
- *IIa* Teoria del caos, profili isoperimetrici
- *IIb* Realizzazione di sottovarietà specifiche
- *IIIa* Superfici inclusive negli spazi proiettivi quaternionici
- *IIIb* Superfici CMC e minimali e immersioni isometriche

Unità V
PODESTA' Fabio

.....
UNITA' di FIRENZE

.....a...b...c...d
I.....x...x...x....
II.....x...x.....
III.....x...x...x
IV.....x....

- *Ia* Varietà quaternionico-Kaehleriane e spazi dei twistor
- *Ib* Metriche Kaehleriane conformi come quozienti, azioni di G_2 e Spin(7)
- *Ic* Immagini mediante la mappa momento di spazi simplettici e iperkaehleriani
- *IIa* Metriche Kaehler-Einstein; Ricci flow e solitoni
- *IIb* Connessioni su supervarietà
- *IIIa* Dischi pseudo-olomorfi in geometria quasi-complessa
- *IIIb* Spazi reali e complessi di coomogeneità uno
- *IIIc* Superfici di Weingarten; rappresentazione di Weierstrass
- *IVa* Coppie simplettiche

Testo inglese

Unit I
SALAMON Simon Montague

Units are listed by city in reverse alphabetical order.
.....
UNIT based in TURIN

.....a...b...c...d
I.....x...x...x...x
II.....x...x.....
III.....x...x...x....
IV.....x....

- *Ia* Hypercomplex and hyperkaehler with torsion geometry; 8-manifolds with closed forms.
- *Ib* Conformal G_2 examples by solving evolution equations.
- *Ic* New structures by symplectic reduction.
- *Id* Neutral Calabi-Yau spaces; orbifold singularities.
- *IIa* Ricci-flat metrics with exceptional holonomy; techniques from M-theory.
- *IIb* Bismut connections; Kaehler with torsion geometry.
- *IIIa* Exterior differential systems and special Lagrangian submanifolds.
- *IIIb* Hypersurfaces of Calabi-Yau and G_2 spaces.
- *IIIc* Classification of submanifolds with assigned normal holonomy.
- *IVa* Einstein-Sasaki 5-manifolds.

Unit II
MARCHIAFAVA Stefano

.....
UNIT based in ROME

.....a...b...c...d
I.....x.....x...x
II.....x...x...x...x
III.....x...x.....
IV.....x.....x....

- *Ia* Quaternion-Kaehler manifolds and associated spaces.
- *Ic* Moment mapping interpretation of scalar curvature.
- *Id* Geodesics in generalized spaces.
- *IIa* Quantized instanton bundles.
- *IIb* Spectrum of Laplace and Dirac operators; manifolds with boundary.
- *IIc* Growth and entropy.
- *IIIa* Nash-Gromov theory for selected immersions.
- *IIIb* Kaehler submanifolds.
- *IVa* Symmetric CR manifolds and Lie algebras.
- *IVb* Hermitian versus CR structures.

Unit III
PERRONE Domenico

.....
UNIT based in LECCE

.....a...b...c...d
I.....x.....
II.....x....
III.....x...x...
IV...x...x.....x

- *Id* Lipschitz manifolds.
- *IIc* Spectrum of the Jacobi operator.
- *IIIb* Totally real and complex submanifolds.
- *IIIc* Homogeneous geodesics.
- *IVa* Homogeneous CR structures.
- *IVb* Subelliptic theory of harmonic maps; pseudo-harmonic morphisms; CR foliations.
- *IVd* Harmonicity of unit vector fields; pseudo-Yang-Mills fields.

Unit IV
MUSSO Emilio

.....
UNIT based in L'AQUILA

.....a...b...c...d
I.....x...x.....
II.....x.....
III...x...x.....x
IV.....

- *Ia* Anti-self-dual metrics on type VII surfaces; Hyperkaehler with torsion geometry.
- *Ib* Quotient construction of LCK metrics; analogues for G_2 and $Spin(7)$.
- *IId* Chaos theory; growth and isoperimetric profiles.
- *IIa* Realization of specified submanifolds via differential systems.
- *IIIb* Inclusive surfaces in quaternionic projective space
- *IIId* Minimal and CMC surfaces and isometric immersions.

Unit V
PODESTA' Fabio

.....
UNIT based in FLORENCE

.....a...b...c...d
I.....x...x...x...
II.....x...x.....
III.....x...x...x
IV.....x....

- *Ia* Quaternion-Kaehler manifolds and twistor spaces.
- *Ib* LCK metrics as quotients; G_2 and $Spin(7)$ actions.
- *Ic* Moment images of symplectic and hyperkaehler spaces.
- *IIa* Kaehler-Einstein metrics; gradient and Ricci flow techniques.
- *IIb* Connections on supermanifolds.
- *IIIb* Pseudo-holomorphic disks in almost complex geometry.
- *IIc* Real and complex cohomogeneous one spaces.
- *IIId* Weingarten surfaces; Weierstrass representations.
- *IVc* Symplectic couples.

PARTE III

3.1 Spese delle Unità di Ricerca

	Unità I	Unità II	Unità III	Unità IV	Unità V
Grandi Attrezzature	0	0	0	0	0
Materiale inventariabile	8.500	3.300	4.000	6.000	2.000
Materiale di consumo e funzionamento	3.200	2.500	0	1.500	6.000
Spese per calcolo ed elaborazione dati	600	0	0	0	0
Personale a contratto	0	15.400	0	0	30.000
Servizi esterni	0	2.300	0	0	0
Missioni	14.100	24.000	16.000	14.000	7.000
Pubblicazioni	0	500	1.000	0	0
Partecipazione / Organizzazione convegni	4.000	12.000	0	6.000	3.000
Altro	9.600	14.000	10.000	12.500	7.000
TOTALE	40.000	74.000	31.000	40.000	55.000

3.2 Costo complessivo del Programma di Ricerca

	Unità I	Unità II	Unità III	Unità IV	Unità V
RD+RA (fondi di Ateneo)	12.000	22.500	9.300	12.000	16.500
Cofinanziamento di altre amministrazioni pubbliche, private o fondazioni	0	3.500	0	0	0
Cofinanziamento richiesto al MIUR	28.000	48.000	21.700	28.000	38.500
Costo totale del programma	40.000	74.000	31.000	40.000	55.000

	Euro
Costo complessivo del Programma	240.000
Risorse complessivamente disponibili all'atto della domanda (RD + RA)	72.300
Cofinanziamento di altre amministrazioni pubbliche, private o fondazioni	3.500
Cofinanziamento richiesto al MIUR	164.200

(per la copia da depositare presso l'Ateneo e per l'assenso alla diffusione via Internet delle informazioni riguardanti i programmi finanziati e la loro elaborazione necessaria alle valutazioni; D. Lgs, 196 del 30.6.2003 sulla "Tutela dei dati personali")

Firma _____

Data 15/04/2005 ore 18:51