

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2018/19
16/9/19

Ai primi tre esercizi sono attribuiti 21 punti. PER SUPERARE LO SCRITTO OCCORRE RIPORTARE UN PUNTEGGIO DI ALMENO 17 NEI PRIMI TRE ESERCIZI. Gli esercizi 4) e 5) verranno corretti solo se si sarà raggiunto un punteggio di almeno 17 nei primi tre esercizi.

LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE

Lasciare in bianco la prima metà (in orizzontale) della prima facciata per la correzione.

1) Il 72% delle famiglie italiane possiede un'automobile; il 25% delle famiglie possiede un ciclomotore; il 18% delle famiglie possiede un'automobile e un ciclomotore.

- a) Qual è la probabilità che una famiglia possieda un mezzo di locomozione?
- b) Qual è la probabilità che una famiglia abbia un ciclomotore, se ha un mezzo di locomozione?
- c) Qual è la probabilità che una famiglia abbia un ciclomotore, se ha un'automobile?
- d) Gli eventi di avere un ciclomotore e di avere un'automobile sono indipendenti?
- e) Qual è la probabilità che una famiglia abbia solo un tipo di mezzo di locomozione, se ha un mezzo di locomozione?

2) Sia (X, Y) una coppia di variabili aleatorie con densità discreta di probabilità congiunta data dalla seguente tabella:

X	0	1	2
Y			
0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$
2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$

- a) Consideriamo la variabile aleatoria $Z = XY$. Quali valori può assumere Z ?
- b) Calcolare la densità discreta di probabilità di Z .
- c) Tracciare il grafico della funzione di distribuzione di Z .

3) Siano X e Y due variabili aleatorie con densità di probabilità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 2e^{x-2y}, & \text{per } x > 0, y > x, \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases}$$

e densità di probabilità marginali

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{per } x > 0, \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 2(e^{-y} - e^{-2y}), & \text{per } y > 0, \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

a) Tratteggiare, nel piano cartesiano, la regione in cui $f_{X,Y}$ è strettamente positiva, e la regione in cui $f_X \cdot f_Y$ è strettamente positiva.

- b) X e Y sono indipendenti? (Giustificare la risposta.)

4) Il prezzo di un certo titolo viene rilevato ogni ora, durante l'orario di apertura della borsa. Ogni giorno la borsa è aperta per 8 ore. In ogni ora, indipendentemente, il titolo può avere un rialzo con probabilità $0,4$, oppure no.

a) In un giorno, qual è la probabilità che il titolo abbia 8 rialzi consecutivi?

b) In un giorno, qual è la probabilità che il titolo abbia 7 rialzi consecutivi (cioè in 7 ore di fila salga senza mai scendere)?

c) In un giorno, qual è la probabilità che il titolo abbia 6 rialzi consecutivi (cioè in 6 ore di fila salga senza mai scendere)?

d) In un giorno, se il titolo ha almeno 6 rialzi consecutivi viene sospeso. Qual è la probabilità che ciò accada?

e) Se ci sono 50 titoli che hanno, indipendentemente l'uno dall'altro, la stessa probabilità di rialzo in un'ora, qual è il numero medio di titoli che verranno sospesi in un giorno?

f) In un giorno, qual è approssimativamente la probabilità che vengano sospesi più di 5 titoli?

5) Due computer usano la stessa linea dati per collegarsi a Internet. Il primo computer tenterà di collegarsi fra un tempo aleatorio T_1 distribuito esponenzialmente, con parametro 2. Indipendentemente dal primo computer, il secondo computer tenterà di collegarsi fra un tempo aleatorio T_2 distribuito esponenzialmente, con parametro 4, e resterà collegato per 0,1 secondi (tutti i tempi sono misurati in secondi). Se uno dei due computer trova la linea occupata dall'altro, abbandona il tentativo di collegamento.

a) Qual è la probabilità che il primo computer tenti di collegarsi prima del secondo ?

b) Qual è la probabilità che il primo computer tenti di collegarsi dopo che il secondo ha concluso il suo collegamento ?

c) Qual è la probabilità che il primo computer riesca a collegarsi ?