CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2018/19
II parziale - 31/5/19

Ai primi tre esercizi sono attribuiti 21 punti. PER SUPERARE IL PARZIALE OCCORRE RIPORTARE UN PUNTEGGIO DI ALMENO 16 NEI PRIMI TRE ESERCIZI.
LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE
Lasciare in bianco la prima metà (in orizzontale) della prima facciata per la correzione.

1) Investiamo il 60% del nostro capitale in azioni ENI e il 40% in azioni Enel. Sia X il rendimento dell'azione ENI nel prossimo trimestre e Y quello dell'azione Enel. Il rendimento del nostro portafoglio nel prossimo trimestre, R, sara' quindi

$$R = 0,6X + 0,4Y.$$

Le nostre previsioni sui prezzi ci portano ad assegnare la seguente densita' discreta di probabilita':

Y \ X	$-0,1$	$0,05$	$0,12$
$-0,25$	0	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$
$0,05$	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$
$0,2$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	0

a) Calcolare la covarianza tra X e Y.
b) Calcolare la media e la varianza di R.

2) La domanda di gas per uso domestico di una famiglia media in una settimana e' una variabile aleatoria S con densita' di probabilita'

$$f_S(s) = \begin{cases} \frac{1}{36}s(6-s) & \text{per } 0 < s < 6, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare il valore atteso di S.

3) Siano X_1, X_2 e X_3 tre variabili aleatorie congiuntamente gaussiane con medie zero e matrice di covarianza

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix},$$

e sia

$$\begin{array}{l} U = X_1 + X_3 \\ V = X_2 - X_1 \end{array}.$$

a) Calcolare la matrice di covarianza di (U, V).
b) Qual e' la legge congiunta di U e V? (Non occorre scriverla esplicitamente, basta individuarla).
c) U e V sono indipendenti ?

4) Un motoscafo trasporta le persone su un'isola e viceversa. Il motoscafo non parte a orari fissi, ma aspetta di avere due passeggeri: il motoscafo quindi parte nel momento in cui arriva il secondo passeggero. Il tempo di arrivo del primo passeggero (misurato dal momento in cui il motoscafo arriva) e' un tempo aleatorio, distribuito esponenzialmente con parametro $0,2$; il secondo passeggero arriva dopo un altro tempo aleatorio (misurato a partire dal tempo di arrivo del primo passeggero) sempre esponenziale con parametro $0,2$, e indipendente dal primo. I tempi sono espressi in minuti.

a) Calcolare la densita' di probabilita' del tempo in cui parte il motoscafo, misurato dal momento in cui e' arrivato.

b) Supponiamo che il motoscafo impieghi 10 minuti a venire dall'isola e altrettanti ad andare. Supponendo che il tempo necessario a far sbarcare e salire i passeggeri sia trascurabile (cioe' sia 0), se il motoscafo parte dall'isola alle 9, qual e' la probabilita' che sia di ritorno per le 9:30?