

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2017/18

8/2/19

**Ai primi due esercizi sono attribuiti 18 punti. PER SUPERARE L'ESAME OCCORRE RIPORTARE UN PUNTEGGIO DI ALMENO 15 NEI PRIMI DUE ESERCIZI.**

**Agli ultimi due esercizi sono attribuiti 15 punti.**

**LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE**

**Lasciare in bianco la prima metà (in orizzontale) della prima facciata per la correzione.**

1) Un canale di trasmissione manda dati binari, cioè bit che possono valere 0 o 1. Ciascun bit, indipendentemente da tutti gli altri, può però essere trasmesso errato (cioè viene ricevuto il valore opposto) con probabilità dell'1%. Viene ricevuta la seguente sequenza di 4 bit: (1111).

- Qual è la probabilità che la sequenza sia corretta, cioè la sequenza inviata sia (1111)?
- Qual è la probabilità che la sequenza inviata contenga esattamente 1 zero?
- Sapendo che la sequenza inviata contiene esattamente 1 zero, qual è la probabilità che la sequenza inviata sia (0111)?

2) Il prezzo del titolo ENI tra 1 anno è una variabile aleatoria  $P = e^X$  con  $X$  una variabile aleatoria Gaussiana di media  $\ln(14)$  e varianza  $4\ln(2)^2$ .

Qual è la probabilità che, tra 1 anno, il prezzo del titolo sia maggiore di 28 euro?

3) Una banca divide i clienti a cui concede prestiti in due categorie: rischiosi e non rischiosi. Per ogni operazione di prestito, un cliente non rischioso, indipendentemente da quanto ha fatto nelle operazioni precedenti, rimborsa il prestito con probabilità del 90%, mentre un cliente rischioso, indipendentemente da quanto ha fatto nelle operazioni precedenti, lo rimborsa con probabilità del 60%. La banca stima che, dei nuovi clienti, il 30% sia rischioso. Per affinare le proprie valutazioni, la banca tiene traccia dei prestiti precedentemente concessi.

- Qual è la probabilità che un cliente scelto a caso, ricevendo un prestito, lo rimborsi?
- Se un cliente ha già ricevuto 2 prestiti e li ha rimborsati entrambi, qual è la probabilità che sia un cliente non rischioso?
- Se un cliente ha già ricevuto 2 prestiti e li ha rimborsati entrambi, qual è la probabilità che, ricevendo un terzo prestito, lo rimborsi?

4) Siano  $X$  e  $Y$  due variabili aleatorie con densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \mathbf{I}_{(0,\infty)}(x)\mathbf{I}_{(e^x,\infty)}(y)\frac{1}{y^2}.$$

a) Calcolare  $\mathbf{E}[\frac{X}{Y}]$ . b) Dando per acquisito che  $f_Y(y) = \mathbf{I}_{(1,\infty)}(y)\frac{\log(y)}{y^2}$ , calcolare, per quei valori di  $y$  per cui sono definite,  $f_{X|Y}(x|y)$  e  $\mathbf{E}[X|Y = y]$ .