

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - A/A 2017/18

I parziale - 6/4/18

Ai primi due esercizi sono attribuiti 18 punti. PER SUPERARE IL PARZIALE OCCORRE RIPORTARE UN PUNTEGGIO DI ALMENO 15 NEI PRIMI DUE ESERCIZI.

LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE

Lasciare in bianco la prima metà (in orizzontale) della prima facciata per la correzione.

1) 10 banche vengono sottoposte a uno stress test. Ciascuna banca, indipendentemente da tutte le altre, lo supera con probabilità 0,7.

a) Qual è la probabilità che almeno 8 banche superino lo stress test? **R: 0,3828**

b) Qual è la probabilità che al più 8 banche superino lo stress test? **R: 0,8507**

2) Si deve controllare se la quantità di diossina in un fiume supera il livello di sicurezza prescritto dalla CEE. Si preleva un campione d'acqua e si analizza. Il risultato dell'analisi, però, ha un margine d'errore. Più precisamente, se la quantità di diossina supera il livello prescritto, l'analisi indica che il livello è stato superato con probabilità del 90%, mentre se la quantità di diossina non supera il livello prescritto, l'analisi indica che il livello non è stato superato con probabilità del 95%. Inizialmente le due ipotesi: che il livello di diossina superi la soglia di sicurezza, oppure no, vengono ritenute equiprobabili.

Se l'analisi indica che il livello di sicurezza non è stato superato, qual è la probabilità che sia veramente così? **R: 0,9048**

3) (11 punti) Stiamo giocando on line alla roulette. Dopo alcune giocate, però, iniziamo a sospettare che il programma sia stato truccato in modo che la probabilità che esca rosso non sia $18/37$, come dovrebbe, ma $20/37$. Quantifichiamo il nostro sospetto in un 10% di probabilità (cioè la probabilità che attribuiamo al fatto che il programma sia stato truccato è 10%). Effettuiamo altre 5 giocate.

a) Se nelle 5 giocate esce sempre rosso, quale probabilità attribuiamo al fatto che il programma sia truccato? **R: 0,158368**

b) Se nelle 5 giocate esce sempre rosso, quale probabilità attribuiamo al fatto che nella sesta giocata esca rosso? **R: $\frac{20}{37} \cdot 0,158368 + \frac{18}{37} \cdot (1 - 0,158368)$**

c) Se nelle 5 giocate il rosso è uscito esattamente 3 volte, quale probabilità attribuiamo al fatto che nella sesta giocata esca rosso? **R: $\frac{20^4 \cdot 17^2}{37^6} \cdot 0,1 + \frac{18^4 \cdot 19^2}{37^6} \cdot 0,9$**

4) (4 punti) Dare la definizione di variabile aleatoria discreta e di densità discreta di probabilità.