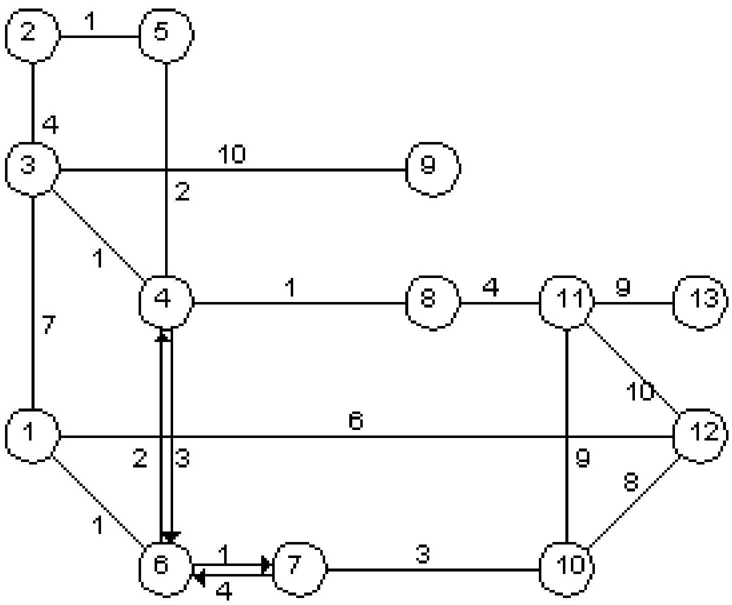
Algoritmi e Strutture Dati II
5 febbraio 2008

Svolgere esattamente 3 dei seguenti esercizi:

1) Costruire un grafo non orientato, connesso e pesato avente 7 nodi ed almeno 10 archi. Simulare quindi l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal su tale grafo.
2) Siano date le matrici M_1, M_2, M_3, M_4 di dimensione rispettivamente 8x4, 4x8, 8x5, 5x2. Trovare la disposizione ottimale delle parentesi che minimizza il costo del calcolo del prodotto M_1 M_2 M_3 M_4 ed il numero di moltiplicazioni elementari richieste utilizzando tale disposizione.
3) Sia data la partizione {{1}{2}{3}{4}{5}{6}{7}{8}{9}{10}}. Mostrare graficamente come si modifica la foresta di alberi che la rappresenta in seguito all'applicazione delle funzioni:
   union(find(1), find(2)) union(find(4),find(3)) union(find(1),find(4))
   union(find(1),find(5)) union(find(6),find(7)) union(find(7),find(8))
   union(find(8),find(9))
   utilizzando l'euristica di unione per rango con compressione del cammino.
4) Si considerino le due sequenze X= < A, C, A, A, A, D, A,> e Y = < A, C, D, A, D, B, A >. Trovare la sottosequenza più lunga comune alle due stringhe X ed Y, simulando l'esecuzione dell'algoritmo noto.
5) Si consideri il seguente grafo orientato e pesato:



in cui un arco non orientato di peso x sta ad indicare due archi orientati aventi lo stesso peso x.
Si supponga che sia stato preventivamente calcolato il vettore d[] delle distanze dal nodo 1 ad ogni altro nodo, ottenendo:
d[1]=0, d[2]= 6, d[3]= 4, d[4]=3,
d[5]= 5, d[6]=1, d[7]=2, d[8]= 4,
d[9]=14, d[10]=5, d[11]=8, d[12]= 6, d[13]=17
Calcolare il cammino minimo dal nodo 1 al nodo 13.

Rispondere ad esattamente 3 delle seguenti domande:

1. Enunciare il problema del “minimo off-line” e discutere la soluzione algoritmica che utilizza le strutture dati per la rappresentazione di insiemi disgiunti.
2. Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale utilizzato per calcolare la più lunga sottosequenza comune (Sottostruttura ottima di una LCS).
3. Nel contesto del problema della Ricerca dei Cammini Minimi, illustrare e discutere l’algoritmo di Bellman e Ford.
4. Dimostrare la correttezza dell’algoritmo di Kruskal.
5. Dimostrare il seguente Teorema: Sia G=(V, E) un grafo non orientato, connesso e pesato. Siano, inoltre, m ed n rispettivamente il numero di archi ed il numero dei vertici del grafo. La complessità dell’algoritmo di Kruskal nel caso peggiore è O(m log n).