

Si considerino le 2 sequenze $X=\langle A,A,B,C \rangle$ e $Y=\langle A,D,B,C \rangle$. Calcolare la sottosequenza più lunga comune alle 2 stringhe X e Y, simulando l'esecuzione dell'algoritmo noto.

SVOLGIMENTO:

$X=\langle A,A,B,C \rangle$ $X = X_m$

$Y=\langle A,D,B,C \rangle$ $Y = Y_n$

$Z = \text{LCS}(X_m, Y_n)$

Sia x_m l'ultimo elemento di X

Sia y_n l'ultimo elemento di Y

Se $x_m = y_n \rightarrow x_m = z_k = y_n$ allora $Z = \text{LCS}(X_m, Y_n)$

Se $x_m \neq y_n \rightarrow x_m \neq z_k$ allora $Z = \text{LCS}(X_{m-1}, Y_n)$

Se $x_m \neq y_n \rightarrow y_n \neq z_k$ allora $Z = \text{LCS}(X_m, Y_{n-1})$

Se indichiamo con #LCS la lunghezza di LCS, si ha:

Se $m=0$ oppure $n=0$ allora

#LCS = 0

Se $m>0, n>0$ e $x_m = y_n$ allora

#LCS(X_{m-1}, Y_{n-1})+1

Se $m>0, n>0$ e $x_m \neq y_n$ allora

#LCS = max[(#LCS(X_{m-1}, Y_n)), #LCS(X_m, Y_{n-1}))]

1) Chiaramente $\#LCS(X_0, Y_0)=0$, poiché la sottosequenza nulla è la LCS di due sequenze nulle.

2) $\#LCS(X_0, Y_1)=0$ poichè $X_0=\emptyset, Y_1=A \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(0,0)=0.$

3) $\#LCS(X_1, Y_0)=0$ poichè $X_1=A, Y_0=\emptyset \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(0,0)=0.$

4) $\#LCS(X_1, Y_1)=1$ poichè $X_1=A, Y_1=A \rightarrow x_m = y_n$
 $\rightarrow \#LCS(X_0, Y_0)+1=1.$

5) $\#LCS(X_1, Y_2)=1$ poichè $X_1=\emptyset, Y_2=AD \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(1,0)=1.$

6) $\#LCS(X_2, Y_1)=1$ poichè $X_2=AA, Y_1=A \rightarrow x_m = y_n$
 $\rightarrow \#LCS(X_1, Y_0)+1=1.$

7) $\#LCS(X_2, Y_2)=1$ poichè $X_2=AA, Y_2=AD \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(1,1)=1.$

8) $\#LCS(X_2, Y_3)=1$ poichè $X_2=AA, Y_3=ADB \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(0,1)=1.$

9) $\#LCS(X_3, Y_2)=1$ poichè $X_3=AAB, Y_2=AD \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(1,1)=1.$

10) $\#LCS(X_3, Y_3)=2$ poichè $X_3=AAB, Y_3=ADB \rightarrow x_m = y_n$
 $\rightarrow \#LCS(X_2, Y_2)+1=2.$

11) $\#LCS(X_3, Y_4)=2$ poichè $X_3=AAB, Y_4=ADBC \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow \max(2,1)=2.$

12) $\#LCS(X_4, Y_3)=2$ poichè $X_4=AABC, Y_3=ADB \rightarrow x_m \neq y_n$
 $\rightarrow (2,1)=2.$

13) $\#LCS(X_4, Y_4)=3$ poichè $X_4=AABC, Y_4=ADBC \rightarrow x_m = y_n$
 $\rightarrow \#LCS(X_3, Y_3)+1=3.$