

Sistema

INSIEME: collezione di entita'. Per esempio, un insieme di parole.

INSIEME STRUTTURATO: collezione di entita' aventi una struttura, relazioni, tra loro. Per esempio, un elenco di parole in ordine alfabetico.

SISTEMA: un insieme strutturato caratterizzato da proprieta' specifiche che lo identificano e contraddistinguono come unita' a se'. Per esempio, le parole di una frase con significato.

Sistema aperto/chiuso

Di un sistema si possono, in genere, definire anche i confini. E', cioe', possibile dire cosa faccia parte del sistema e cosa sia *esterno*.

- **Sistema chiuso:** sistema isolato rispetto all'esterno
- **Sistema aperto:** sistema che interagisce con l'esterno

Osservazione: la caratteristica di chiusura/apertura di un sistema dipende dal livello di descrizione e dal modello utilizzati.

Astrazione e modelli

ASTRAZIONE: processo di aggregazione di informazioni e dati e di sintesi di modelli concettuali che ne enucleano le proprieta' rilevanti, escludendo i dettagli inessenziali. (Es., una cartina geografica)

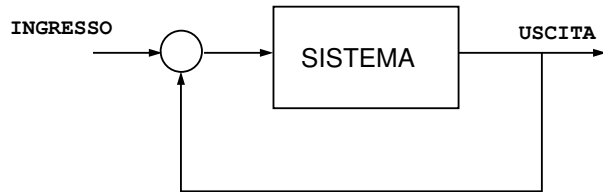
MODELLO: descrizione non ambigua e formale di un sistema. Il modello e' frutto di un'astrazione, poiche' si concentra sugli elementi essenziali per il contesto in cui il sistema e' osservato.

Proprieta'

- Sistema chiuso: raggiunge uno stato finale di equilibrio, determinato dalle condizioni iniziali
- Sistema aperto: puo' non raggiungere mai uno stato di equilibrio, ma stati *stazionari* lontani dall'equilibrio

Retroazione (feedback)

Informalmente, diciamo che un sistema e' in *retroazione* se la sua uscita ha influenza sull'ingresso.



Sistemi - IASC0607 - p.5

Retroazione negativa

L'uscita e' combinata con l'ingresso in modo tale da smorzare l'ingresso complessivo del sistema (in questo caso la retroazione 'contrastata' l'andamento dell'uscita).

- In natura: feedback negativo usato come meccanismo di controllo della crescita (p.es., la lunghezza degli arti)

Esempio: una coda di persone cresce tanto piu' lentamente quanto piu' e' lunga.

Sistemi - IASC0607 -

Retroazione positiva

L'uscita e' combinata con l'ingresso in modo tale da rinforzare l'ingresso complessivo del sistema (la retroazione agisce nella stessa direzione dell'uscita, aumentandola o diminuendola)

- In natura: feedback positivo usato per rinforzare meccanismi che aiutano la sopravvivenza (p.es., caratteristiche genetiche vantaggiose)

Esempio: un prodotto commerciale e' venduto ogni giorno in quantita' proporzionale al numero di persone che gia' hanno acquistato il prodotto in precedenza (piu' acquirenti ci sono stati, piu' ce ne saranno. Caso reale relativo allo standard per videoregistratori). Si tratta di feedback positivo sia quando la vendita aumenta, sia quando viene ridotta a zero perché sempre meno persone acquistano un prodotto.

Sistemi - IASC0607 - p.6

Linearita'

Un sistema e' caratterizzato da una dinamica *lineare* quando l'uscita e' proporzionale all'ingresso.

Proprieta' della linearita':

- Se l'ingresso raddoppia, raddoppia anche l'uscita (ovviamente lo stesso vale moltiplicando per una qualunque costante non nulla)
- L'uscita risultante di una somma di ingressi e' la somma delle uscite corrispondenti ai singoli ingressi (cioe', possiamo separare l'effetto di singoli ingressi)

Sistemi - IASC0607 -

Nonlinearita'

- A meno di (forti) semplificazioni, nessun sistema e' lineare.
- E' talvolta possibile *linearizzare* un sistema, in particolari condizioni e sotto opportune ipotesi (tipico nei settori ingegneristici del controllo e dei circuiti elettronici analogici)

Comunemente, osserviamo sistemi **nonlineari**, nei quali non vale la relazione di proporzionalita', ne' di scomposizione degli ingressi.

Esempi: ecosistema, mercato economico, fenomeni sociali (es., le mode). Tipicamente i sistemi nonlineari sono caratterizzati dalla presenza di retroazioni (positive e/o negative)

Modellazione

Possiamo rappresentare il modello di un sistema tramite:

- Equazioni differenziali
- Equazioni alle differenze
- Descrizione di regole elementari e simulazione al calcolatore
- ...

Nonlinearita' (cnt.)

Non si deve temere la nonlinearita'....

- La combinazione di feedback positivo e negativo e' una forma naturale di incentivo e smorzamento
- I sistemi nonlineari sono in grado di realizzare compiti veramente complessi
- Non e' possibile governare una societa' senza tenere conto delle nonlinearita' nell'ambiente e nella societa'
- A volte e' possibile agire in maniera mirata su un sistema per modificarne completamente la dinamica
- (l'altra faccia della medaglia) A volte si pensa che una piccola modifica non abbia effetti rilevanti

Equazioni differenziali

Forniscono informazioni su come una grandezza (p.es., l'uscita) cambi nel tempo in funzione di un'altra grandezza (p.es., l'ingresso) o della stessa grandezza.

Esempio:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -7e^{2x} + 5$$

Equazioni alle differenze

Forniscono informazioni sul valore futuro, al successivo istante di tempo) di una grandezza, in funzione di un'altra grandezza o della stessa.

Esempi:

- $y(t + 1) = a \exp(-x(t))$

- $x(t + 1) = \lambda x(t)(1 - x(t))$

Un esempio (cnt.)

Un modello estremamente semplificato (molto rozzo):

- $r(t)$: 'amore' di Romeo per Giulietta
- $g(t)$: 'amore' di Giulietta per Romeo
- valori positivi indicano amore, valori negativi indicano repulsione

$r(t + 1) = -ag(t), a \geq 0$, se ieri Giulietta respingeva fortemente Romeo, oggi egli l'amera' con ardore comparabilmente intenso (e viceversa)

$g(t + 1) = br(t), b \geq 0$, se ieri Romeo amava con ardore Giulietta, oggi ella lo ricambiera' con altrettanto ardore (e viceversa)

Un esempio

Consideriamo un sistema molto curioso: Giulietta e Romeo e il loro amore reciproco. Contrariamente alla storia, immaginiamo questa situazione:

- Romeo ama Giulietta tanto piu' quanto ella lo respinge, e viceversa
- Giulietta ama Romeo quanto piu' egli la contraccambia

Un esempio (cnt.)

Cosa accade della loro dinamica amorosa? **Dipende dal valore dei parametri a e b ...**

- Se almeno uno dei due parametri vale zero (cioe', vi e' indifferenza), il giorno seguente vi e' totale indifferenza reciproca qualunque sia il livello di infatuazione iniziale.

Altrimenti, facciamo qualche calcolo...

Un esempio (cnt.)

Supponiamo, per semplicità, che al tempo $t = 0$ entrambi abbiano avuto un reciproco interesse 'unitario':

$$r(0) = g(0) = 1.$$

- $t = 1$: $r(1) = -a$, $g(1) = b$
- $t = 2$: $r(2) = -ab$, $g(2) = -ab$
- $t = 3$: $r(3) = a^2b$, $g(3) = -ab^2$
- $t = 4$: $r(4) = a^2b^2$, $g(4) = a^2b^2$
- $t = 5$: $r(5) = -a^3b^2$, $g(5) = a^2b^3$
- ...

Un esempio (cnt.)

Tre casi:

1. $a = b = 1$: ciclo infinito tra gli stessi 4 punti
2. $ab > 1$: 'spirale' infinita con intensità di sentimenti sempre crescenti (quale possibile modifica al modello per renderlo più realistico?)
3. $ab < 1$: 'spirale' (formalmente) infinita, ma con intensità di sentimenti sempre più fievoli fino ad azzerarsi (quindi, dopo un po' di tempo, nella realtà i due saranno completamente indifferenti l'un l'altro)

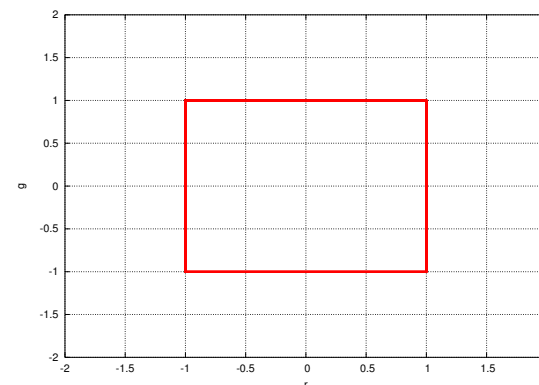
Un esempio (cnt.)

Risultato: e' un continuo rincorrersi. Per metà del tempo, uno ama e l'altro respinge; per un quarto si respingono entrambi e per un quarto l'amore e' reciproco. Che vita!

ATTENZIONE AI PARAMETRI: lo stato finale cambia a seconda dei valori assunti da a e b .

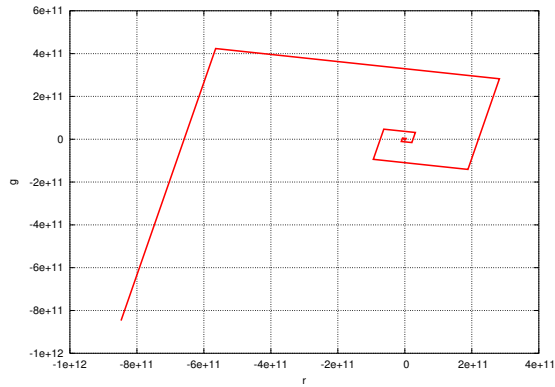
Un esempio (cnt.)

Caso 1: ciclo infinito



Un esempio (cnt.)

Caso 2: 'spirale' infinita che esplode



Sistemi – IASCO607 – p.21

Dinamica

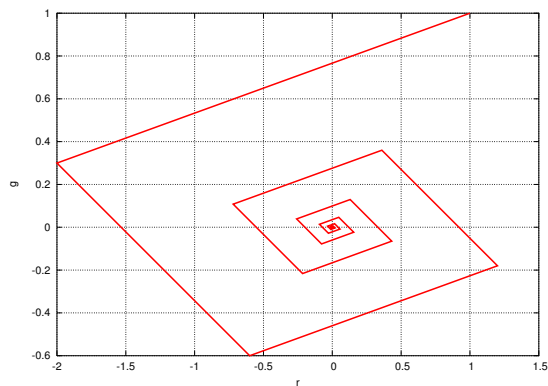
La dinamica di un sistema può, molto spesso, essere suddivisa in due fasi:

- **Transitorio:** fase iniziale
- **Attrattore:** condizione stazionaria, 'a regime'

Sistemi – IASCO607 – p.

Un esempio (cnt.)

Caso 3: 'spirale' che converge nell'origine



Sistemi – IASCO607 – p.22

Attrattori

- Punto fisso (es., lo stato finale raggiunto da un pendolo semplice *in presenza* di attrito)
- Ciclo (es., lo stato finale raggiunto da un pendolo semplice *senza attrito*)
- Attrattore strano (caratteristico dei sistemi *caotici*)

Sistemi – IASCO607 – p.

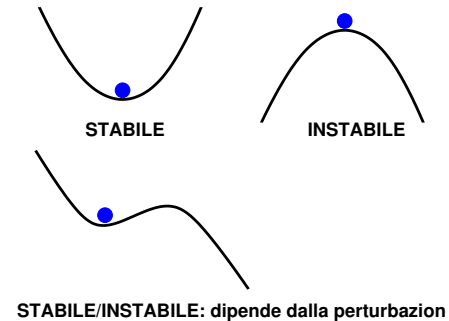
Caos

I sistemi caotici hanno la caratteristica di fornire risultati non predicibili a lungo termine. Si tratta del famoso **effetto farfalla**. Dopo un certo numero di passi, l'uscita del sistema *sembra* essere casuale. Per esempio:

- Equazioni meteorologiche (attrattore strano di Lorenz)
- Alcuni circuiti elettronici
- Semplici equazioni alle differenze. Mappa logistica:
$$x(t+1) = \lambda x(t)(1 - x(t))$$

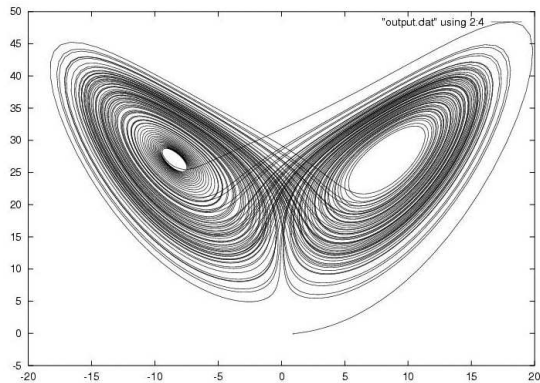
Stabilita'

- Uno stato stazionario e' **stabile** rispetto a una data perturbazione se il sistema, dopo un transitorio, ritorna nello stato di partenza



Attrattore strano

Il piu' famoso attrattore strano deriva da un sistema di equazioni per le previsioni meteorologiche



- ▶ Gli attrattori strani sono oggetti geometrici appartenenti alla classe dei *frattali*.

Simulazione

Grazie agli strumenti informatici, e' possibile formulare modelli sotto forma di programmi eseguiti su un calcolatore.

- Una **simulazione** e' un modello (o una teoria) formulato come programma
- Eseguito sul computer, il modello produce risultati che sono previsioni empiriche. Se i risultati della simulazione corrispondono ai fatti osservati nella realta', allora la teoria e' confermata (o, quantomeno, non confutata). Altrimenti, il modello deve essere modificato o abbandonato.

Simulazione (cnt.)

- La simulazione e' un laboratorio sperimentale virtuale, nel quale e' possibile osservare fenomeni (simulati) in condizioni controllate, replicabili, generando tutte le osservazioni desiderate mediante la manipolazione delle variabili e delle condizioni che hanno qualche influenza sui fenomeni.
- La simulazione e' uno strumento molto utile nello studio di sistemi complessi, poiche' permette di specificare le entita' del sistema, le loro interazioni e la loro dinamica singola e di osservare l'evoluzione del sistema nel suo complesso.