

Algoritmi e Strutture Dati II

15/12/08

Svolgere esattamente tre dei seguenti esercizi:

a) Sia dato il grafo $G=(V, E)$, dove $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ed $E=\{(1,2), (1,3), (1,4), (4,1), (4,6), (3,5), (2,3), (5,6), (6,7)\}$. Rappresentare il grafo G utilizzando liste di adiacenza. Simulare l'esecuzione dell'algoritmo di visita in profondità a partire dal vertice 1, mostrando l'evoluzione del contenuto delle strutture dati utilizzate (ovvero, mostrando ad ogni passo cosa contengono tutte le variabili utilizzate).

b) Sia data la partizione $\{\{1, 2, 3\}\{4, 5\}\{6, 7\}\{8\}\{9, 10\}\}$. Mostrare come si modifica la foresta di alberi che la rappresenta in seguito all'applicazione delle funzioni:

<code>union(find(1), find(2))</code>	<code>union(find(1),find(3))</code>	<code>union(find(1),find(4))</code>
<code>union(find(1),find(5))</code>	<code>union(find(6),find(7))</code>	<code>union(find(7),find(8))</code>
<code>union(find(8),find(9))</code>	<code>union(find(9),find(3))</code>	

utilizzando le euristiche note.

c) Sia dato il grafo non orientato e pesato $G=(V, E)$, dove $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ed $E=\{[1,2], [1,3], [4,2], [4,1], [3,5], [2,3], [5,6], [6,7]\}$, in cui gli archi $\{[1,2], [1,3]\}$ hanno peso 1, gli archi $\{[4,2], [4,1]\}$ hanno peso 2, mentre gli altri hanno peso 3. Trovare il minimo albero ricoprente simulando l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal.

d) Siano date le matrici M_1, M_2, M_3, M_4 di dimensione rispettivamente $2 \times 3, 3 \times 8, 8 \times 4, 4 \times 2$. Trovare la disposizione ottimale delle parentesi che minimizza il costo del calcolo del prodotto $M_1 M_2 M_3 M_4$ ed il numero di moltiplicazioni elementari richieste utilizzando tale disposizione.

Rispondere ad esattamente due delle seguenti domande:

a) Illustrare e discutere l'algoritmo noto per costruire la chiusura transitiva di un grafo orientato.

c) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale utilizzato per calcolare la più lunga sottosequenza comune (Sottostruttura ottima di una LCS).

b) Dimostrare il seguente Teorema: *Sia $G=(V, E)$ un grafo non orientato, connesso e pesato. Siano, inoltre, m ed n rispettivamente il numero di archi ed il numero dei vertici del grafo. La complessità dell'algoritmo di Kruskal nel caso peggiore è $O(m \log n)$.*